A GALOIS-THEORY SCHEME OF THE EULER-POISSON EQUATIONS AND ITS PENDULUM INTERPRETATION IN THE CANONICAL LOBACHEVSKY FUNCTION SPACE

(answering P. DELIGNE questions)

D.L. Abrarov
abrarov@yandex.ru

Annotation. In accordance with the central result of the monograph [1] and its complementary argumentation in [2]–[4], the Euler-Poisson equations have an exact analytic general solution. Below we describe the corresponding scheme of the equivariant Galois theory for these equations, which directly gives an explicit analytical form of the general and particular solutions of the original equations, associated with L-functions of $E/\mathbb{Q}$ curves.

These solutions represent the spectrum of the Hamiltonian of the canonical four-dimensional conical pendulum, which has the meaning of the canonical analytic pendulum (q-pendulum, see [3]). Such a pendulum is a classical mathematical pendulum with the condition of time reversibility invariance of its phase flow, induced by a similar condition for the Euler-Poisson equations.

The phase flow of this pendulum has an isometry realization of the canonical Lobachevsky function space, which is represented by a canonical simply connected meromorphic extension of the classical three-dimensional Lobachevsky space. The analytic realization of the equivariant Galois theory is the property of *bimodular* parametrization of elliptic curves with rational coefficients.

This parametrization represents the canonical loxodromic isometry of a three-dimensional sphere, locally described by the Kowalewskaya differential equations, which are the canonical normal form of the Euler-Poisson equations.

The symmetry of this model has a simply connected meromorphic Galois structure; in particular, its periods are interpreted as solutions of the Fermat and Beal Diophantine equations.

The geometric realization of the equivariant Galois theory is the derived self-duality of the canonical function Lobachevsky space (or, equivalently, is the derived self-duality of the great circles geodesic flow on a four-sphere based on the meromorphic algebra $e_8(\mathbb{Q}(s))$, see [3]), canonically coordinated by the functional equation for the function $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$, and its dynamic realization is the correct (time reversible) phase flow of the Euler-Poisson equations.

The equivariant Galois theory analytically realizes the equivalence of the functional equations for the function $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ (constructively coordinating the involution of time reversibility) and the Euler-Poisson equations with the said involution being considered.

The phase spaces of integrable cases (as a set with canonical ordering) of the Euler-Poisson equations realize the isometry space of the canonical Lobachevsky function space as a CW-complex.

These models are associated with the dynamic structure of a ball gravitational dipole in the form of the canonical global analytical Hopf bundle of a three-dimensional sphere, which has a physical interpretation of the graviton bundle.

Keywords: *Euler-Poisson equations, continuous & analytic equivariant Galois theory, continuous & analytic Lobachevsky space, analytic & imaginary pendulum, derived $ad\,su(6)$ & $ad\,e_8(\mathbb{Q}(s))$-integrability, relativistic Kapitsa pendulum, Λ^3-pendulum, $\vec{\omega}$-pendulum, Kowalewskaya transformations, L-functions $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ & $L(s, E/\mathbb{Q})$, derived L-functions $exp\,\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ & $exp\,L(s, E/\mathbb{Q})$, Galois axes, Kowalewskaya case, amplitude-frequency characteristics of Λ^3-pendulum, mechanical interpretation of the Beal conjecture & Fermat Last Theorem, derived graviton bundle.*

1. Введение: почему L-функциональная арифметика является математикой классических обыкновенных дифференциальных уравнений Эйлера-Пуассона?

Фокусировка данной работы состоит на аргументации фундаментальной связи функций Хассе-Вейля (функций $L(s, E/\mathbb{Q})$) и дифференциальных уравнений Эйлера-Пуассона, описывающих в классической формулировке динамику «твердых тел около неподвижной точки в классическом поле тяжести».

Основной вопрос в этом контексте состоит в парадоксальности возможности функциям $L(s, E/\mathbb{Q})$ *представлять решения дифференциальных уравнений.*

Основной целью данной работы является ответ на вопрос (П. Делинь, частная коммуникация):

как может быть так, что функции $L(s, E/\mathbb{Q}), s \in \mathbb{C}$ *и, в частности, функции* $L(t, E/\mathbb{Q}), t \in \mathbb{R}$,

- *удовлетворяют дифференциальным уравнениям?*
- *в частности, обыкновенным дифференциальным уравнениям Эйлера-Пуассона, имеющим второй порядок и механическую природу?*

Естественно, что этот ключевой вопрос связан с исходной арифметической природой данных функций, априори не коррелируемой с какими-либо дифференциальными уравнениями (и вообще отсутствующими в справочниках по специальным функциям).

Контекст же весьма специальных обыкновенных дифференциальных уравнений Эйлера-Пуассона (второго порядка) добавляет к исходному вопросу еще ряд вопросов специфического структурного характера, например (П. Делинь, частная коммуникация):

- *«как выглядит соответствие переменных»?;*
- *как соотносится счетность множества кривых* $E/\mathbb{Q}$ *и континуальность пространства решений обыкновенных дифференциальных уравнений?;*
- *какую структуру имеет универсальный идеал фазовой динамики?*

Итоговый ответ в общей качественной форме можно сформулировать следующим образом:

фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона является фазовым потоком канонического аналитического маятника, представляющим каноническую проективную самодвойственность в каноническом функциональном пространстве Лобачевского.

Собственно уравнения Эйлера-Пуассона представляют аффинную карту на проективной самодвойственности в каноническом функциональном пространстве Лобачевского.

Эта маятниковая модель реализует каноническое экспоненциальное отображение (каноническую гомотетию) пространства угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона, индуцированное отображением обратимости по времени данных уравнений.

Канонический аналитический маятник (см. [3]), как динамическая система, имеет реализацию в виде *аналитического сферического маятника* – классического сферического маятника, *обратимого по времени* и имеющего конфигурационное пространство в виде стандартной $2d$-сферы (эквивалентные реализации – см.[1], [3], [4]).

Аналитический сферический маятник, как динамическая система, эквивалентен каноническому *функциональному* *маятнику с трехмерной размерной дельта-функциональной структурой и имеет смысл релятивистского маятника Капицы* (см. п.6). Под *размерной структурой* понимается гипотетически *физически размерная структура фазовых параметров* такого маятника, реализуемая функциональным аналогом механизма Хиггса (см. [4]). Роль функционального аналога поля Хиггса играет фазовый поток классического математического маятника в вертикальном равновесии с учетом его симметрии обратимости по времени.

С учетом данной «маятниковой сферической» реализации основу результата о точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона (см. [1]-[4]) можно сформулировать в следующей *конфигурационно аффинно одностепенной* форме, наиболее естественным образом ассоциируемой с появлением специальных L-функций как решений данных уравнений.

Теорема (*маятниковая модель уравнений Эйлера-Пуассона*). Имеют место следующие модели:

- *фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона представляет фазовый поток канонического аналитического маятника над* $\mathbb{R}$*-временем, являющегося канонической гамильтоновой системой с одной аффинной аналитической степенью свободы и гамильтонианом* $exp\, \zeta(\frac{1}{2}+it, \Delta_{12}(q))$, *где* q *– каноническая аффинная координата на стержне маятника,* t *– каноническая аффинная координата на вещественной проективной прямой* $\mathbb{R}P^1$ *– орбите действия симметрии обратимости по вещественному времени* t *на 2*d*-сфере, реализованной как конфигурационное пространство* $\mathbb{R}$*-аналитического сферического маятника;*
- *фазовый поток* $\mathbb{R}$*-<u>аналитически возмущенных</u> уравнений Эйлера-Пуассона представляет фазовый поток канонического аналитического маятника над* $\mathbb{C}$*-временем, являющегося канонической гамильтоновой системой с одной <u>аффинной</u> аналитической степенью свободы и гамильтонианом* $exp\, \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$, *где* q *– каноническая аффинная координата на стержне маятника,* s *– каноническая аффинная координата на комплексной проективной прямой* $\mathbb{C}P^1$ *– орбите действия симметрии обратимости по комплексному времени* s *на 2*d*-сфере, реализованной как конфигурационное пространство* $\mathbb{C}$*-аналитического сферического маятника.*

Маятниковые интерпретации уравнений Эйлера-Пуассона, ассоциированные с каноническим функциональным пространством Лобачевского. *Аффинно одностепенные* гамильтоновы системы, *приведенные в теореме*, также представляют соответственно:

- *чисто мнимый комплексный маятник* (канонический $\mathbb{R}$-аналитический маятник):
  - *конфигурационное пространство* представляет
    общую прямую в каноническом функциональном вещественном пространстве Лобачевского,
  - *фазовый поток представляет*
    каноническую проективную самодвойственность общей прямой в каноническом функциональном <u>вещественном</u> пространстве Лобачевского;
- *чисто мнимый кватернионный маятни*к (канонический $\mathbb{C}$-аналитический маятник):
  - *конфигурационное пространство* представляет
    выделенную прямую в каноническом функциональном комплексном пространстве Лобачевского,
  - *фазовый поток* представляет
    - ***каноническую проективную самодвойственность общей прямой в каноническом функциональном <u>комплексном</u> пространстве Лобачевского,***
    - ***канонический прямолинейный поток на канонической функциональной аффинно трехмерной бутылке Клейна*** $\boldsymbol{Kl^3}$***, определяемой как каноническая орбита канонического односвязного изоморфизма*** $\boldsymbol{T_*\mathbb{S}^3 \cong T^{3,*}\mathbb{S}^3}$,

где

  - каноническое функциональное пространство Лобачевского определяется как
    - каноническая односвязная компактификация классического трехмерного пространства Лобачевского своим (2d-сферическим) абсолютом,

        - каноническое корректно определяемое каноническое глобальное нормальное расслоение $3d$-сферы $\mathbb{S}^{\mathbf{3}}$,
        - образ отображения канонического односвязного изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3 \cong T^{3,*}\mathbb{S}^3$,
    - конфигурационные пространства соответствующих маятников реализуются чисто мнимой сферой над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$ – абсолютом трехмерного пространства Лобачевского над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$ (вещественной и комплексной сферой Пуассона),
    - канонический односвязный изоморфизм $T_*\mathbb{S}^3 \cong T^{3,*}\mathbb{S}^3$ является глобальным отображением:
        - $T\mathbb{S}^3$ – каноническое касательное расслоение $3d$-сферы $\mathbb{S}^3$: корректно и канонически определенное глобальное касательное расслоение сферы $\mathbb{S}^3$;
        - $N\mathbb{S}^3$ – каноническое нормальное расслоение $3d$-сферы $\mathbb{S}^3$: корректно и канонически определенное глобальное нормальное расслоение сферы $\mathbb{S}^3$,

      т.е., область определения $T_*\mathbb{S}^3 \cong T^{3,*}\mathbb{S}^3$ состоит из одной (*функциональной*) карты (в отличие, например, от атласа из двух *аффинных* карт классического описания стереографической проекции $2d$-сферы),
    - $Kl^3 := \{T\mathbb{S}^3 \cong N\mathbb{S}^3\}$ – функциональное многообразие со следующими свойствами:
        - *орбита теоретико-множественного представления сферы $\mathbb{S}^3$ как орбита нейтрального элемента отображения канонической групповой самодвойственности потока больших <u>кокругов</u> на $\mathbb{S}^3$, реализующей каноническую глобальную натуральную параметризацию сферы $\mathbb{S}^3$,*
        - *орбита функционального отображения «знака равенства» в функциональном уравнении*
            - *для функции $\zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$ (случай $\mathbb{R}$-времени),*
            - *для функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ (случай $\mathbb{C}$-времени),*

          представляющем нульмерные когомологии глобального изоморфизма $T\mathbb{S}^3 \cong N\mathbb{S}^3$,
        - *естественная аффинная проекция отображения $Kl^3(\mathbb{R})$ является каноническим отображением эквивариантной склейки знаков перед квадратурами решений всех случаев интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона,*
        - *<u>механически</u> представляет орбиту управления, «создающего»*
            - *классический маятник в вертикальном равновесии,*
            - *неподвижный ротор в стабилизированном кардановом подвесе».*

Каноническое функциональное пространство Лобачевского имеет смысл *канонического глобального пространства Лобачевского*: *его атлас состоит из одной карты* – образа *канонической односвязной компактификации* трехмерного пространства Лобачевского его абсолютом.

Данные *чисто мнимые маятники, как обратимые по времени аналитические гамильтоновы системы,* имеют *чисто вещественные аффинные реализации* соответственно:

- *аналитический вертикальный маятник*: вертикально стоящий классический математический маятник в классическом плоско-параллельном поле тяжести (*аналитический* маятник Капицы-Челомея) с учетом симметрии *t-обратимости*;
- *аналитический косой (не вертикальный) такой маятник* (*аналитический* маятник Уитни) с учетом симметрии *s-обратимости*.

Непосредственная связь уравнений Эйлера-Пуассона с арифметикой реализуется через указанные маятниковые модели и состоит в том, что (в соответствии с каноническим рекурсивным упорядочением целых точек трехмерной евклидовой решетки посредством отображения спиральной триангуляции из [1])

- спектральной кривой *аналитического вертикального маятника* является *универсальная полустабильная эллиптическая кривая $E_{\mathbb{Q}}^{ss}$ над* $\mathbb{Q}$, имеющая реализацию

- общим (максимального ранга) большим *ко*кругом на 3d-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$ (каноническая функциональная эллиптическая кривая над $\mathbb{R}$);
- общей (максимального ранга) *прямой* в глобальном пространстве Лобачевского над $\mathbb{R}$;

- спектральной кривой *аналитического косого маятника* является *универсальная эллиптическая кривая* $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$*над* $\mathbb{Q}$ над $\mathbb{C}$, имеющая реализацию свободным большим кругом на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ (каноническая функциональная эллиптическая кривая над $\mathbb{C}$, см. [1]);
- $g_{E-P}^t \cong exp(g^t(E_{\mathbb{Q}}^{ss}))$ – фазовый поток $\mathbb{R}$-аналитического маятника (фазовый поток t-обратимого классического маятника, совершающего колебания около своего t-обратимого вертикального равновесия);
- $g_{E-P}^s \cong exp(g^t(E_{\mathbb{Q}}^{univ}))$ – фазовый поток $\mathbb{C}$-аналитического маятника (фазовый поток s-обратимого классического маятника, совершающего колебания около своего s-обратимого вертикального равновесия).

2. Симметрийная реализация эквивариантной функциональной арифметики

Каноническая координатизация проективной самодвойственности свободной прямой в каноническом функциональном пространстве Лобачевского, в итоге, может быть представлена

- функциональным уравнением для функции $\zeta(\frac{1}{2}+it, \Delta_{12}(q))$ в случае $\mathbb{R}$-времени;
- функциональным уравнением для функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ в случае $\mathbb{C}$-времени.

Прообраз отображения проективной самодвойственности глобального пространства Лобачевского

- представляет собственно указанные функциональные уравнения;
- представляет общее решение кинематических уравнений Пуассона (см. [1]);
- имеет вид функции $\zeta(\frac{1}{2}+it, \Delta_{12}(q))$ в случае $\mathbb{R}$-времени;
- имеет вид функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ в случае $\mathbb{C}$-времени.

Прообраз отображения проективной самодвойственности глобального пространства Лобачевского также:

- представляет каноническое расслоение глобального пространства Лобачевского на его прямые;
- представляет расслоение якобиана отображения фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона на его прямолинейные обмотки;
- имеет вид для случаев $\mathbb{R}$-времени и $\mathbb{C}$-времени соответственно:
$$(\zeta(\frac{1}{2}+it, \Delta_{12}(q))_{CW} = \{\zeta(s, E/\mathbb{Q})\};\ (\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big))_{CW} = \{L(s, E/\mathbb{Q})\}.$$

Алгебра и динамика эквивариантной проективной самодвойственности: орбита отображения проективной самодвойственности глобального пространства Лобачевского

- представляет общее решение соответствующих функциональных уравнений;
- представляет прямолинейный поток на глобальном пространстве Лобачевского;
- представляет общее решение динамических уравнений Эйлера-Пуассона (см. [1]);
- имеет вид функции $exp\,\zeta(\frac{1}{2}+it, \Delta_{12}(q))$ в случае $\mathbb{R}$-времени;
- имеет вид функции $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ в случае $\mathbb{C}$-времени.

Глобальное пространство Лобачевского имеет структуру канонического односвязного мероморфного расширения $e_8(\mathbb{Q}(s|t))$ исключительной простой алгебры Ли $e_8(\mathbb{C}|\mathbb{R})$.

Представление отображения *проективной самодвойственности* глобального пространства Лобачевского в виде функционального CW-комплекса

- канонически координатизируется функциональными уравнениями для функций $\zeta(s, E/\mathbb{Q})$ в случае $\mathbb{R}$-времени, и функций $L(s, E/\mathbb{Q})$ в случае $\mathbb{C}$-времени;
- представляет фазовый поток кинематических уравнений Пуассона

$$g_{P,e_8}^{s|t} \cong \{e_8(\mathbb{Q}(s|t)) \cong E_8(\mathbb{Q}(s|t))\},$$

где $(s|t)$ – аффинный координатный CW-комплекс на стандартном аффинном (классическом) времени $\mathbb{C}|\mathbb{R}$ (обозначение того, что $\mathbb{R}$ – собственное подпространство в $\mathbb{C}$).

Каноничность, конечно порожденность (ранг $e_8(\mathbb{Q}(s|t))$ равен 281, см. [3], а также п. 29) и групповая структура глобального пространства Лобачевского как функционального CW-комплекса

- индуцирует *каноническую упорядоченность* указанных функциональных уравнений конечным множеством классов модулярной параметризации эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$ как канонического флага собственных подпространств в орбите отображения самодвойственности глобального пространства Лобачевского;
- реализует классы изогенности кривых $E/\mathbb{Q}$ как его канонический базис.

Представление *производной проективной самодвойственности* глобального пространства Лобачевского в виде производного функционального CW-комплекса

- канонически координатизируется *решениями функциональных уравнений* для функций $\zeta(s, E/\mathbb{Q})$ в случае $\mathbb{R}$-времени, и функций $L(s, E/\mathbb{Q})$ в случае $\mathbb{C}$-времени;
- представляет
  - фазовый поток динамических уравнений Эйлера-Пуассона,
  - производную каноническую двойственность Ли для алгебры $e_8(\mathbb{Q}(s|t))$:

$$g_{E-P,e_8}^{s|t} \cong \{exp\ (e_8(\mathbb{Q}(s|t)) \cong E_8(\mathbb{Q}(s|t))\}.$$

Производные структуры, соответствующие приведенным выше структурам *для проективной самодвойственности* глобального пространства Лобачевского *нуждаются в исследовании*.

3. Эквивариантная кинематическая и динамическая арифметика

<u>*Эквивариантная кинематическая арифметика*</u> *– каноническая координатизация проективной самодвойственности глобального пространства Лобачевского*.

Фазовый поток уравнений кинематических Пуассона $g_P^{s|t}$ реализуется

- функциональной линейной алгеброй глобального пространства Лобачевского

$$g_{P,PGL}^{s|t} \cong \{GL_2(R_\emptyset) \cong_{\mathbb{C}|\mathbb{R}} GL_2(T_\emptyset)\}$$

- отображением канонической односвязной проективизации отображения «допустимой деформации кривых $E/\mathbb{Q}$» Уайлса-Тэйлора (см. пп. 16-17) и имеет вид:

$$g_{P,PGL}^{s|t} \cong \{GL_2(R_\emptyset) \cong_{\mathbb{C}|\mathbb{R}} GL_2(T_\emptyset)\}$$

$$g_{P,PGL}^{s|t} \cong \mathbb{Z}_3[\sigma_1, \dots \sigma_r]/Id$$

где $\mathbb{Z}_3[\sigma_1, \dots \sigma_r]/Id$

- координатное кольцо эквивариантной деформации *эллиптических кривых* $E/\mathbb{Q}$ посредством симметрии $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$, представляющей канонический групповой закон на универсальной кривой $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$;
- $\sigma_1, \dots \sigma_r -$ образующие эквивариантной симметрии Галуа $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$;
- Id – соотношения между образующими $\sigma_1, \dots \sigma_r$, представляемые симметрией Галуа $[id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ – нейтральным элементом канонического группового закона на универсальной кривой $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$;
- каноническая локсодромическая симметрия $3d$-сферы $\mathbb{S}^3$, реализуемая глобальным изоморфизмом $T\mathbb{S}^3 \cong N\mathbb{S}^3$.

<u>Эквивариантная динамическая арифметика</u> – каноническая координатизация <u>производной</u> проективной самодвойственности канонического глобального пространства Лобачевского.

Фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона реализуется корректно определенными отображениями:

- *<u>производной</u>* функциональной линейной алгеброй пространства изометрий глобального пространства Лобачевского

$$g_{E-P,PGL}^{s|t} \cong exp\{GL_2(R_\emptyset) \cong_{\mathbb{C}|\mathbb{R}} GL_2(T_\emptyset)\} \cong \{PGL_2(R_\emptyset) \cong_{\mathbb{C}|\mathbb{R}} PGL_2(T_\emptyset)\};$$

- *<u>производным</u> координатным кольцом эквивариантных деформаций кривых* $E/\mathbb{Q}$

$$g_{E-P,e_8}^{s|t} \cong Aut(\mathbb{Z}_3[\sigma_1, \dots \sigma_r]/Id).$$

<u>Инвариантная форма эквивариантной динамической арифметики</u>:

$$\zeta(s, \Delta_{12}(q)) | \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)) = Trace\ g_{P,e_8}^{s|t} = Trace\ g_{P,PGL}^{s|t};$$

$$exp\ \zeta(s, \Delta_{12}(q)) | \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)) = exp\ Trace\ g_{P,e_8}^{s|t} = exp\ Trace\ g_{P,PGL}^{s|t}.$$

где вертикальная черта означает «инцидентность примыкания в CW-комплексе».

4. Эквивалентность классической аналитической интегрируемости и неклассической функциональной (квантовой) интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона на базе изоморфизма $ad\ su(6) \cong ad\ e_8(\mathbb{Q}(s)$

Теорема. Фазовые потоки интегрируемых случаев уравнений Эйлера-Пуассона представляют канонический атлас на пространстве односвязных аналитических изометрий $3d$-сферы $\mathbb{S}^3$ (на глобальной сфере $\mathbb{S}^3$), представляемых корректно определенным групповым экспоненциальным отображением

$$exp(T\mathbb{S}^3 \cong N\mathbb{S}^3)$$

Дифференциал данного отображения является ***четной реализацией канонического отображения односвязной аналитической центральной симметрии в евклидовом 3d-пространстве*** $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$***, имеющего следующие представления:***

- односвязные непрерывные глобальные изометрии $3d$-сферы $\mathbb{S}^3$;
- глобальная двойственность Ли «алгебра Ли ⟷ группа Ли»:
    - случай $\mathbb{C}$-времени
        - $su(6) \cong SU(6)$ (четно-нечетное представление изоморфизма $T\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong N\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$),

- $e_8(\mathbb{Q}(s)) \cong E_8(\mathbb{Q}(s))$ (корректное диагональное представление изоморфизма $T\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong N\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, где «диагональность»: Галуа-автоморфизмы упорядочения «четность-нечетность»),
  - случай $\mathbb{R}$-времени
    - $so(6,\mathbb{C}) \cong SO(6,\mathbb{C})$ (четно-нечетное представление изоморфизма $T\mathbb{S}^3(\mathbb{R}) \cong N\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$),
    - $e_8(\mathbb{Q}(t)) \cong E_8(\mathbb{Q}(t))$ (корректное диагональное представление изоморфизма $T\mathbb{S}^3(\mathbb{R}) \cong N\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$).

Основа доказательства теоремы. Имеют место следующие эквивариантные реализации групп $su(6)$, $so(6,\mathbb{C})$ и $e_8(\mathbb{Q}(s))$, $e_8(\mathbb{Q}(t))$:

- $su(6) \cong Generator(T\mathbb{S}^3 \cong_{\mathbb{C}} N\mathbb{S}^3)$; $so(6,\mathbb{C}) \cong Generator(T\mathbb{S}^3 \cong_{\mathbb{R}} N\mathbb{S}^3)$;
  - $e_8(\mathbb{Q}(s)) \cong (T\mathbb{S}^3 \cong_{\mathbb{C}} N\mathbb{S}^3)$; $e_8(\mathbb{Q}(t)) \cong (T\mathbb{S}^3 \cong_{\mathbb{R}} N\mathbb{S}^3)$.

Следствие 1. Уравнения Эйлера-Пуассона

- над $\mathbb{C}$-временем интегрируются на *производном присоединенном* представлении к алгебре $su(6)$:
  - $Trace(exp(ad_{\vec{\gamma},\vec{\omega}}\, su(6))) = (H,G,F)^{\mathbb{C}}_{Euler} = ((F)^{\mathbb{C}}_{Euler})_{CW}$;
  - $Det(exp(ad_{\vec{\gamma},\vec{\omega}}\, su(6))) = (H,G,F)^{\mathbb{C}}_{Lagrange} = ((F)^{\mathbb{C}}_{Lagrange})_{CW}$;
  - $Discr(exp(ad_{\vec{\gamma},\vec{\omega}}\, su(6))) = (H,G,F)^{\mathbb{C}}_{Kow} = ((F)^{\mathbb{C}}_{Kow})_{CW} =$
    $= |(\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)|^2$,

где

- (H,G,F) с соответствующими индексами – полные упорядоченные наборы интегралов эквивариантной комплексификации случаев Эйлера, Лагранжа и Ковалевской соответственно;
- $F^{\mathbb{C}}_{Euler}$, $F^{\mathbb{C}}_{Lagrange}$, $F^{\mathbb{C}}_{Kow}$ – потенциалы фазовых потоков эквивариантных комплексификаций интегрируемых случаев Эйлера, Лагранжа и Ковалевской соответственно;

и имеются следующие эквивалентности, индуцированные заменой переменных $(\vec{\gamma},\vec{\omega}) \to (s|q|t)$:

- $Trace\left(ad_{s|q|t}\, su(6)\right) = Trace(ad\; e_8(\mathbb{Q}(s)) = \zeta(s, \Delta_{12}(q))$,
- $Det\left(ad_{s|q|t}\, su(6)\right) = Det\; ad\; e_8(\mathbb{Q}(s)) = \zeta(1-s, \Delta_{12}(q))$,
- $Discr\left(ad_{s|q|t}\, su(6)\right) = Discr\; ad\; e_8(\mathbb{Q}(s)) = FE\left(\zeta(s, \Delta_{12}(q))\right)$,

где $FE(\zeta(s,\Delta_{12}(q)))$ – функциональное уравнение для функции $\zeta(s,\Delta_{12}(q))$;

- над $\mathbb{R}$-временем интегрируются на присоединенном представлении к алгебре $so(6,\mathbb{C})$:
  - $Trace\left(exp\; ad_{\vec{\gamma},\vec{\omega}}\, so(6.\mathbb{C})\right) = (F^{\mathbb{R}}_{Euler})_{CW}$,
  - $Det\left(exp\; ad_{\vec{\gamma},\vec{\omega}}\, so(6.\mathbb{C})\right) = (F^{\mathbb{R}}_{Lagrange})_{CW}$,
  - $Discr\left(exp\; ad_{\vec{\gamma},\vec{\omega}}\, so(6.\mathbb{C})\right) = (F^{\mathbb{R}}_{Kow})_{CW}$

и имеются следующие эквивалентности, индуцированные заменой переменных $(\vec{\gamma},\vec{\omega}) \to (s|q|t)$:

- $Trace\left(ad_{s|q|t}\, so(6,\mathbb{C})\right) = Trace\; ad\; e_8(\mathbb{Q}(t)) = \zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)\right)$,
- $Det\left(ad_{s|q|t}\, so(6,\mathbb{C})\right) = Det\; ad\; e_8(\mathbb{Q}(t)) = \zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)\right)$,

- $Discr\left(ad_{s|q|t}\ so(6,\mathbb{C})\right) = Discr\ ad\ e_8\left(\mathbb{Q}(t)\right) = FE(\zeta\left(\frac{1}{2}+it, \Delta_{12}(q)\right)),$

Следствие 2. Следствие 1 представляет эквивалентность двух способов описания аналитической интегрируемой динамики волчков:

- посредством фазовых векторов («классическое описание»; $ad\ su(6)$-интегрируемость);
- посредством фазовых точек («квантовое описание»; $ad\ e_8\left(\mathbb{Q}(t)\right)$-интегрируемость).

***Механический смысл** групп $so(6,\mathbb{C})$ и $su(6)$:*

- $so(6,\mathbb{C})$ – симметрия, орбита которой имеет следующие реализации:
    - вертикальное равновесие классического маятника (с учетом обратимости по $\mathbb{R}$-времени),
    - *конфигурационное пространство* тривиального волчка над $\mathbb{R}$-временем;
    - $\mathbb{R}$-обратимое по времени сепаратрисное двояко-асимптотическое движение (маятника, волчка Эйлера),
    - *кольца стабилизированного карданова подвеса с выделенным направлением оси условного ротора в вещественном* пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$;
- $su(6)$ – симметрия, орбита которой имеет следующие реализации:
    - вертикальное равновесие классического маятника (с учетом обратимости по $\mathbb{C}$-времени),
    - *конфигурационное пространство* тривиального волчка над $\mathbb{C}$-временем;
    - $\mathbb{C}$-обратимое по времени сепаратрисное двояко-асимптотическое движение (маятника, волчка Эйлера),
    - кольца стабилизированного карданова подвеса со свободным направлением оси условного ротора в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ (кольца стабилизированного карданова подвеса с выделенным направлением оси ротора *в комплексном* пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$).

***Механический смысл** групп $ad\ so(6,\mathbb{C})$ и $ad\ su(6)$:*

- $ad\ so(6,\mathbb{C})$ – симметрия, орбита которой имеет следующие реализации:
    - *фазовое пространство* вертикального равновесия классического маятника (с учетом обратимости по $\mathbb{R}$-времени),
    - *фазовое пространство* тривиального волчка над $\mathbb{R}$-временем;
    - адиабатическое («относительно непрерывно стационарное») представление $\mathbb{R}$-обратимого по времени сепаратрисного двояко-асимптотического движения (маятника, волчка Эйлера),
    - *кольца стабилизированного карданова подвеса <u>с ротором</u>, имеющим <u>выделенное</u> направление его оси в вещественном* пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$;

- $ad\ su(6)$ – симметрия, орбита которой имеет следующие реализации:
    - *фазовое пространство* вертикального равновесия классического маятника (с учетом обратимости по $\mathbb{C}$-времени),
    - *фазовое пространство* тривиального волчка над $\mathbb{C}$-временем;
    - адиабатическое («относительно непрерывно стационарное») представление $\mathbb{C}$-обратимого по времени сепаратрисного двояко-асимптотического движения (маятника, волчка Эйлера),
    - кольца стабилизированного карданова подвеса *<u>с ротором</u>, имеющим <u>свободное</u>* направление своей оси *в вещественном* пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ (эквивалентно – с *<u>выделенным</u>* направлением оси ротора *<u>в комплексном</u>* пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$).

***Механический смысл** групп $exp(ad\ so(6,\mathbb{C}))$ и $exp(ad\ su(6))$:*

- $exp(ad\ so(6,\mathbb{C}))$ – симметрия, орбита которой имеет следующие реализации:

- *фазовый поток t-обратимого* классического маятника,
- *пространство выходов t-обратимого классического маятника из его t-обратимого вертикального равновесия*,
- *фазовый поток* тривиального волчка над $\mathbb{R}$-временем,
- вращение волчка Ковалевской над $\mathbb{R}$-временем,
- вращение ротора с выделенным направлением его оси в стабилизированном кардановом подвесе над $\mathbb{R}$-временем;

- $exp(ad\ su(6))$ – симметрия, орбита которой имеет следующие реализации:

  - *фазовый поток s-обратимого* классического маятника,
  - *пространство выходов s-обратимого классического маятника из его s-обратимого вертикального равновесия*,
  - *фазовый поток* тривиального волчка над $\mathbb{C}$-временем,
  - вращение волчка Ковалевской над $\mathbb{C}$-временем,
  - вращение ротора с выделенным направлением его оси в стабилизированном кардановом подвесе над $\mathbb{C}$-временем.

5. Механический смысл эквивариантной теории Галуа

Приведенные в п.1 маятниковые гамильтоновы системы эквивалентны следующим *аффинно трехстепенным* твердотельным системам:

в $SO(3)$-описании:

- универсальное вращающееся вокруг неподвижной точки тяжелое твердое тело (кратко: общий волчок над $\mathbb{R}$-временем);
- общий волчок над $\mathbb{C}$-временем (кратко: общий волчок);

в PSL_2-описании:

- универсальный гироскоп (общий гироскоп над $\mathbb{R}$-временем);
- универсальный *би*гироскоп (общий гироскоп над $\mathbb{C}$-временем).

Эквивалентность устанавливается тем, что ориентированные одномерные стержни *чисто мнимых маятников* (*комплексного, кватернионного*) являются осями отображения момента для соответствующих общих волчков и гироскопов.

Данная эквивалентность описывается канонической координатизацией *дифференциала симметрии обратимости по времени* уравнений Эйлера-Пуассона в виде следующего эквивариантного представления Галуа (см. п. 20):

$$[Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)] \xrightarrow{\rho(s)} \{SO(3,\mathbb{C}) \cong PSL(2,\mathbb{C})\}$$

Отображение $\rho(s)$ (***каноническое эквивариантное представление Галуа***) составляет суть уравнений Эйлера-Пуассона: оно описывает тяжелые твердые $3d$-тела с точками закрепления как:

- их каноническую глобальную параметризацию (каноническую параметризацию посредством канонического группового закона на универсальной спектральной кривой - универсальной эллиптической кривой над $\mathbb{Q}$);
- глобальные жесткие фазовые объекты с каноническими спектром (***универсальным эквивариантным динамическим идеалом***), который
  - имеет вид тривиального коммутанта: $[id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)]$,

- представляет нейтральный элемент канонической эквивариантной группы Галуа для уравнений Эйлера-Пуассона (*свободную ось Галуа*, см.[1], [3])
- представляет множество осей вращения аналитических гироскопов (и реализует *механический смысл бимодулярной параметризации эллиптических кривых над* $\mathbb{Q}$),
- реализует теоретико-множественное представление потока больших *ко*кругов на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$
- представляет кольца стабилизированного карданова подвеса, координатизируемые системой уравнений $\{<\vec{\gamma},\vec{\omega}>=0; [\vec{\gamma},\vec{\omega}]=0\}$ (*гироскопический механический смысл универсального динамического идеала*),
- представляет
  - абсолют канонического функционального пространства Лобачевского;
  - универсальное множество *осей Галуа*:
    <u>*это «эквивариантое время»*</u>*: конечно порожденное пространство образов оси стандартного аффинного времени базового пространства-времени Минковского* при отображении симметрии обратимости по времени для уравнений Эйлера-Пуассона;
    при этом,
    - *образ осей пространственно-подобных координат базового пространства Минковского,*
    - <u>*это «эквивариантное пространство»:*</u> *собственные оси эллипсоидов инерции аналитических волчков,*
    - <u>*знаки* $\pm$ *перед квадратурами классических решений представляют канонические аффинные проекции эквивариантного времени*</u> (см. также [1], [3], [4]);

- физически размерные гироскопические объекты (см. [1], [3], [4]);
- орбиты эквивариантного отображения Фробениуса, представляющего канонический поток больших *ко*кругов на трехмерной сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ (см. также [4]).

Механическим твердотельным смыслом отображения $\rho(s)$ являются:

- *корректный* фазовый поток тривиального волчка (единичный тензор инерции, точка закрепления – любая точка внутри эллипсоида инерции);
- *корректный* фазовый поток классического математического маятника в вертикальном равновесии;
- конфигурационное пространство *канонического аналитического маятника*,

где <u>*корректность фазовых потоков*</u> означает их *инвариантность относительно симметрии обратимости по каноническому аффинному времени «t» или «s»* в описывающих их уравнениях.

В этом контексте *твердотельным механическим смыслом универсальной (полустабильной) эллиптической кривой над* $\mathbb{Q}$ *является поле угловых скоростей корректного тривиального волчка (над* $\mathbb{R}$*-временем).*

Динамика *канонического аналитического маятника* представляет:

- вращение указанных гироскопов вокруг своих осей, представляющих
  - нейтральные элементы соответствующих универсальных спектральных кривых – универсальных эллиптических кривых над $\mathbb{Q}$, указанных в п.1;
  - канонические флаги начальных данных: свободная точка, свободная прямая, свободная плоскость в каноническом функциональном пространстве Лобачевского;
  - элементы эквивариантного спектра динамики: $[id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)]$;

- колебания канонического чисто мнимых маятников (комплексного, кватернионного);
- производное эквивариантное отображение Фробениуса (см. [4]) –
  - отображение канонической производной *би*модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$,
  - канонического аналитического потока осей Галуа.

В контексте связи с классическим рассмотрением уравнений Эйлера-Пуассона *канонический аналитический маятник* как динамическая система представляет:

- полную интегрируемую иерархию: CW-комплекс интегрируемых случаев (общих и частных интегрируемых волчков) как CW-комплекс мод аналитического маятника (над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$-временем);
  - условия на динамические и конфигурационные параметры канонического аналитического маятника (чисто мнимого комплексного/кватернионного маятника) являются условиями на параметры *глобально аналитического* (обратимого по вещественному/комплексному времени) классического трехмерного сферического маятника:
    - условие $A = B = 2C$ (совпадающее с условием на компоненты тензора инерции случая Ковалевской) представляет:
      - условие односвязной аналитической инцидентности точки закрепления аналитического маятника его стержню,
      - условие канонической производной проективной самодвойственности канонического функционального пространства Лобачевского,
    - условие евклидовой сферичности конфигурационного пространства (с точностью до гомотетии, т.е. условие евклидовой шарообразности) аналитического маятника представляет двойственное условие:
      условие *односвязной аналитической инцидентности* стержня аналитического маятника его точке закрепления, специализирующееся как
      - условие зеркальной симметричности стержня маятника относительной ортогональной ему плоскости (для $\mathbb{R}$-времени),
      - условие центральной симметричности стержня маятника в $3d$-пространстве (для $\mathbb{C}$-времени),
      - трехмерную шаровую модель канонического функционального пространства Лобачевского ($3d$-аналог модели Пуанкаре-Клейна);
  - условия на параметры мод канонического аналитического маятника являются производными от соотношений на параметры канонического аналитического маятника;
- каноническую аналитическую теорию возмущений (эквивариантную КАМ-теорию) для уравнений Эйлера-Пуассона;
- каноническую теорию Галуа для уравнений Эйлера-Пуассона.

6. Маятниковые модели уравнений Эйлера-Пуассона: эквивариантное представление Галуа как релятивистский маятник Капицы

Ключевым моментом, корректирующим классическое рассмотрение (на примере классического математического маятника), является то обстоятельство, что для *аналитического* математического маятника *свойство аффинной аналитичности* фазового потока *автоматически (но нетривиально)* *означает его глобальную аналитичность*, включая аналитичность и в формальной бесконечности классического аффинного времени.

Это означает, что фазовые траектории аналитического маятника в аффинном времени допускают крайне содержательное *каноническое многозначное конечно порожденное аналитическое продолжение* в его бесконечность.

Фазовый поток *канонического аналитического маятника* представляет:

в механическом контексте:

- собственную симметрию пространства угловых скоростей ($\vec{\omega}$-пространства) уравнений Эйлера-Пуассона (т.е. *аналитический маятник – это канонический* $\vec{\omega}$*-маятник*, или, эквивалентно – *универсальный гироскоп*, или – *общий волчок*: *интегрируемые волчки – его моды колебаний*);
- колебания канонического аналитического маятника около его канонического равновесия;
- колебания классического математического маятника (с учетом симметрии обратимости по времени его динамики) вокруг его вертикального равновесия;
- колебания чисто мнимого маятника (комплексного – для $\mathbb{R}$-времени; кватернионного – для $\mathbb{C}$-времени);

в ключевом механическом контексте:

- ***релятивистский маятник Капицы:***

  аналитические волчки, удовлетворяющие уравнениям Эйлера-Пуассона (как CW-комплекс), реализующие:
  - моды (спектр) канонического аналитического маятника Капицы,
  - орбиты *автоуправления* поддержания маятника в вертикальном равновесии,
  - орбиты аналитического механизма Хиггса, производящего из вертикального равновесия массивные волчки;

  вертикальное равновесие обратимого по аффинном времени математического маятника:
  - аналитическое поле Хиггса,
  - метрика F канонического функционального пространства Лобачевского,

  массивные волчки
  - орбиты самосопряжения (самодействия) глобального поля Хиггса,
  - каноническая проективная самодвойственность канонического функционального пространства Лобачевского,
  - *канонически двойственная динамика к динамике оси Галуа в обобщенном эффекте Джанибекова см.* [1], [3]).

  *Отличие релятивистского маятника от классического маятника Капицы (*обоснование термина «релятивистский»):

  - классический маятник Капицы управляется внешней силой,
  - аналитические волчки реализуют автоуправление (возможное только в аффинно трехмерном конфигурационном пространстве) –

    они являются фазовыми множествами, представляющие классы эквивалентности группового множества аналитических односвязных автоморфизмов прямой в пространстве Лобачевского, *релятивизм аналитического маятника Капицы:*

- *каноническим натуральным параметром* на прямых в классическом пространстве Лобачевского *является скорость света в вакууме* – в соответствии с постулатом СТО (что соответствует постулирумой в СТО и экспериментально подтвержденной инвариантности этой скорости относительно трансляционно-инерциальных систем отсчета в евклидовом трехмерии),

Геометрическая модель релятивистского маятника Капицы:

- общий волчок/универсальный гироскоп, геометрически и физически реализуемый канонической шаровой моделью канонического функционального пространства Лобачевского (являющегося *канонической односвязной аналитизации классической круговой модели Пуанкаре-Клейна плоскости Лобачевского*),
- конечно порожденный функциональный CW-комплекс фазовых потоков интегрируемых волчков в виде канонической 3*d*-шаровой модели канонического функционального пространствf Лобачевского.

Двойственный релятивистский маятник Капицы (*маятник Адлай – орбита канонической упорядоченной двойственности верхнего и нижнего положения равновесия классического математического маятника, выявленная С.Ф. Адлай в контексте анализа эффекта Джанибекова и названная им осью Галуа, см.* [1]) представляет:

- универсальное отображение управления для поддержания
  - канонического относительного вертикального равновесия математического маятника,
  - канонического равновесия равномерного трансляционного движения стержня математического маятника вдоль прямой его вертикального равновесия в абсолютно устойчивом режиме *(это релятивистское обобщение управления точкой подвеса перевернутых классических маятников Капицы (Капицы-Челомея) и Уитни для технологически актуального обеспечения их устойчивости в «ситуации неустойчивости без специального управления»)*;
- *каноническую динамику оси Галуа в обобщенном эффекте Джанибекова* ([1], [3]);

в динамическом контексте:

- «каноническую аналитическую прямолинейную обмотку» центра базового пространства-времени, аффинно моделируемым классическим (3+1)*d*-мерным пространством Минковского;
- «каноническую аналитическую прямолинейную обмотку» центра выделенной точки базового пространства-времени как *каноническое односвязное аналитическое продолжение прямолинейных обмоток лиувиллевых торов классического волчка Эйлера*;
- фазовый поток интеграла энергии
  - точки закрепления канонического аналитического маятника;
  - точки закрепления общего волчка;
  - оси вращения универсального гироскопа;

в теоретико-групповом контексте:

- каноническую орбиту односвязного группового транзитивного аналитического действия инволюции обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона с неподвижной выделенной точкой в четырехмерном евклидовом пространстве;
- *гипотетически*: канонический групповой закон на решетке $\mathbb{Z}^r \oplus T$, соответствующей универсальной эллиптической кривой над $\mathbb{Q}$, где
    - $r = 281 = rk\, e_8(\mathbb{Q}(s))$ (см. [3], а также п .29);
    - $T \cong \{(E/\mathbb{Q})_{tors}\}$ – универсальная группа точек кручения для эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$ (группа точек конечного порядка);

в функционально-арифметическом контексте:

- производный групповой закон на канонически определенной универсальной эллиптической кривой над $\mathbb{Q}$ (см. [1]), имеющий рекурсивную $3d$-векторно-значную структуру;
- корректно определенный производный групповой закон на каноническом пространстве модулей кривых $E/\mathbb{Q}$, имеющем структуру функциональной мероморфной алгебры $e_8(\mathbb{Q}(s))$.

в геометрическом контексте:

- канонический локсодромический поток на $3d$-пространстве Лобачевского $\Lambda^3(\mathbb{C})$;
- односвязный геодезический поток на абсолюте трехмерного пространства Лобачевского модели (соответствующая метрика указана в п. 11);

в аналитико-геометро-физическом контексте:

- каноническую аналитическую гомотетию классического пространства-времени Минковского;
- каноническую односвязную функциональную Галуа-калибровку группы $SO(3)$ (конфигурационного пространства уравнений Эйлера-Пуассона) посредством односвязной производной мероморфной нормированной своим нейтральным элементом симметрии Галуа $[Gal\,\mathbb{Q}(s)/id\,Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)/id\,Gal\,\mathbb{Q}(s)]$, представляющей эквивариантный световой конус в базовом пространстве-времени.

7. Основные моменты аргументации взаимосвязи арифметики и механики

Подробнее, уравнения Эйлера-Пуассона, как дифференциал отображения их фазового потока:

- являются аффинной картой на «глобальной» трехмерной сфере: корректно определенном глобальном изоморфизме $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ касательного и кокасательного расслоений $3d$-сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, имеющем атлас из одной карты (в итоге, это динамическая функциональная карта);
- представляют аффинную карту на *канонической производной автодуальности* (функционального)
    - отображения центральной симметрии $Z_O^{\mathbb{E}_O^4}$ евклидова $4d$-пространства с выделенным центром (диагональное, компактифицированное «двояко-асимптотическое», представление изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$),

- отображения центральной симметрии $Z_O^{\mathbb{E}_O^6}$ евклидова $6d$-пространства с выделенным центром (четно-нечетное, «двояко-равновесное», «биравновесное», представление изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$)

посредством корректно определенного экспоненциального отображения (это уточнение соответствующих конструкций из [3], [4]):

{уравнения Эйлера-Пуассона} $\Leftrightarrow$

- $d_{aff}(exp\, Z_O^{\mathbb{E}_O^4}) = exp([Z_O^{\mathbb{E}_O^4}, Z_O^{\mathbb{E}_O^4}])_{aff}$ (производное «двояко-асимптотическое» представление);
- $d_{aff}(exp\, Z_O^{\mathbb{E}_O^6}) = exp([Z_O^{\mathbb{E}_O^6}, Z_O^{\mathbb{E}_O^6}])_{aff}$ (производное «двояко-равновесное» представление)

- представляют аффинную карту на каноническом функциональном отображении *прямолинейной обмотки выделенной точки O (центра O) $4d$-пространства* $\mathbb{E}^4$ (соответственно $6d$-пространства $\mathbb{E}^6$) посредством отображения центральной симметрии (представляющей отображение канонического аналитического центрально-подобного вращения в евклидовом $3d$-пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$):

$exp\, \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) = Trace(exp[Z_O^{\mathbb{E}_O^4}, Z_O^{\mathbb{E}_O^4}]) = Trace(exp\, [Z_O^{\mathbb{E}_O^6}, Z_O^{\mathbb{E}_O^6}]);$

$\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) = Trace([Z_O^{\mathbb{E}_O^4}, Z_O^{\mathbb{E}_O^4}]) = Trace([Z_O^{\mathbb{E}_O^6}, Z_O^{\mathbb{E}_O^6}]);$

в рамках этой интерпретации функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ представляют циклы потенциалов функционального отображения *универсальной прямолинейной обмотки выделенного центра O четырехмерного евклидова пространства* $\mathbb{E}_O^4$ ($\mathbb{E}_O^6$): *в <u>динамической терминологии</u> – односвязно аналитически центрально-симметричной обмотки, <u>в геометрической терминологии</u> – канонического центрально-подобного движения с центром в O*;

- представляют аффинный дифференциал канонической аналитической структуры $d(exp\, \rho(s))$ на группе $SO(3,\mathbb{C})$, где отображение $\rho(s)$ представляет каноническую аналитическую фактор-плоскую связность на группе $SO(3,\mathbb{C})$ в виде непрерывного сюрьективного гомоморфизма $\rho(s)$ (см. п. 20)

$$[Gal\, \mathbb{Q}(s)/id\, Gal\, \mathbb{Q}(s), Gal\, \mathbb{Q}(s)/id\, Gal\, \mathbb{Q}(s)] \xrightarrow{\rho(s)} SO(3,\mathbb{C})$$

и имеются соответствия с эквивариантной центральной $4d$-симметрией $Z_O^{\mathbb{E}_O^4} \cong Z_O^{\mathbb{E}_O^4}(Sym, Rot)$, где ее образующие: Sym (зеркальное отражение относительно центра O) и Rot (поворот относительно центра O на угол π):

$$Z_O^{\mathbb{E}_O^4}(Sym, Rot)/Rot \cong Gal\, \mathbb{Q}(s)/id\, Gal\, \mathbb{Q}(s) \xrightarrow{\rho(s)} T_*SO(3,\mathbb{C});$$

$$Z_O^{\mathbb{E}_O^4}(Sym, Rot) \cong [Gal\, \mathbb{Q}(s)/id\, Gal\, \mathbb{Q}(s), Gal\, \mathbb{Q}(s)/id\, Gal\, \mathbb{Q}(s)] \xrightarrow{\rho(s)} \{T_*SO(3,\mathbb{C}) \cong T^*SO(3,\mathbb{C})\}.$$

Отображение изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$:

- оказывается каноническим и глобальным (определенным над формальной бесконечностью и однокартным – динамическим функциональным отображением);

- оказывается эквивариантным: его дифференциал в естественных аффинных координатах совпадает с уравнениями Эйлера-Пуассона;
- является каноническим отображением (функционального) параллельного переноса $Transl$ на *ко*решетке $\mathbb{E}^{3,*}/\mathbb{Z}^3/O$, таким что $Transl \cong Zentr([Z_O^{\mathbb{E}_O^4}, Z_O^{\mathbb{E}_O^4}])$;
- представляет каноническую эквивариантную скобку Пуассона для уравнений Эйлера-Пуассона;
- имеет орбиты только в виде эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$, компактифицированных своими нейтральными элементами;
- имеет скрытую операторно-значную рекурсивную структуру групповых законов на эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$ (см. [1]: это конструкция канонического группового самосопряженного спирального перечета целых вершин решетки $\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$ посредством симметрии $[Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)]$).

Каноничность всех указанных выше отображений следует из существования и каноничности фактор-групповой диагонали в пространстве $\mathbb{E}_O^4$, *реализуемой (в силу классической Галуа-разрешимости) только в евклидовом четырехмерии*.

Фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона порождается:

- циклами функционального отображения $[Z_O^{\mathbb{E}_O^4}, Z_O^{\mathbb{E}_O^4}]$;
- относительными когомологиями групповых законов на кривых $E/\mathbb{Q}$, математически выражающаяся в теории их эквивариантной деформации (Уайлса-Тэйлора).

Классам изогенности эквивариантных компактификаций $E/\mathbb{Q} \cup id\ E/\mathbb{Q}$ кривых $E/\mathbb{Q}$ соответствуют:

- канонические генераторы (генерирующие циклы) функционального отображения $[Z_O^{\mathbb{E}_O^4}, Z_O^{\mathbb{E}_O^4}]$;
- интегрируемые случаи уравнений Эйлера-Пуассона.

Относительность (когомологии) групповых законов как на кривых $E/\mathbb{Q}$, так и на классах изогенности кривых $E/\mathbb{Q}$ создает фактор-групповую Галуа-структуру на конечно порожденном функциональном модуле, как раз и представляющем фазовый поток рассматриваемых уравнений.

Продолжению классических решений в формальную бесконечность классического аффинного времени (посредством инволюции обратимости по времени исходных уравнений) соответствует каноническое односвязное аналитическое продолжение групповой динамики на кривых $E/\mathbb{Q}$ в нейтральные элементы кривых $E/\mathbb{Q}$, находящиеся на формальной бесконечности их стандартного аффинного представления (аффинными кубическими уравнениями).

Функциональные уравнения для специальных L*-функций* (*функций* $L(s, E/\mathbb{Q})$) канонически координатизируют этот глобальный изоморфизм, реализуя описание пространства эквивариантных (односвязных) аналитических структур на группе $SO(3, \mathbb{C})$ (т.е., на конфигурационном пространстве исходных уравнений).

При этом точная разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона в функциях $exp\ L(s, E/\mathbb{Q})$:

- реализуется канонической эквивариантной коррекцией теоремы Лиувилля-Арнольда (для этих уравнений), учитывающей их симметрию обратимости по времени;

- является эквивариантной коррекцией их классических тэта-решений, индуцированной симметрией обратимости по времени исходных уравнений;
- является отображением *канонической производной модулярной параметризации кривых* $E/\mathbb{Q}$ (или эквивалентно – производной *бимодулярной* параметризации);
- канонически координатизирует эквивариантную (односвязную однородно-изотропную) коррекцию изометрий базового пространства-времени Минковского (см. [4]);
- является канонической квантовой релятивистской коррекцией классического аффинного описания фазовой динамики исходных уравнений;
- реализуется канонической аналитической изометрией канонического функционального пространства Лобачевского ([1], [2]).

8. Соответствие с классическим рассмотрением уравнений Эйлера-Пуассона

Эквивариантная коррекция теоремы Лиувилля-Арнольда для аналитических дифференциальных уравнений Эйлера-Пуассона с учетом их симметрии обратимости по времени, кратко формулируется следующим образом:

фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона изоморфен:

- *каноническому функциональному отображению односвязной экспоненты прямолинейного потока на целочисленной корешетке* $(\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3/O)^*$ *с выделенным фактор-центром* O *кубической фундаментальной области* решетки $\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$ *в трехмерном евклидовом пространстве* $\mathbb{E}^3$;
- *производному функциональному отображению центральной 4d-симметрии* $[Z_O^{\mathbb{E}_O^4}, Z_O^{\mathbb{E}_O^4}]$;
- *функциональному отображению центральной 5d-симметрии* $\mathrm{Z}_\mathrm{O}^{\mathbb{E}_O^5}$ *пятимерного евклидового пространства* $\mathbb{E}^5$ *отображение* $\mathrm{Z}_O^{\mathbb{E}_O^5}$ *представляет, в итоге, фазовый поток волчка Ковалевской (как каноническую нормальную форму фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона)*:

  $\mathrm{Z}_O^{\mathbb{E}_O^5} \cong \mathbb{R}^6(\vec{\gamma}, \vec{\omega})/\mathbb{Z}_2(s \to -s)$, где
    - $\mathbb{R}^6(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s))$ – классическое аффинное фазовое пространство исходных уравнений;
    - $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ – инволюция обратимости по времени исходных уравнений, представляющая симметрию их гамильтониана.

Замечание. Аффинное (классическое) время предполагается комплексным (обозначаемым s), если иное специально не оговаривается.

Такая минималистическая геометрическая и динамическая форма рассматриваемого фазового потока оказывается структурно весьма содержательной, хотя и отличается от классической формулировки с физической точки зрения включением *только одной точки* O (как «универсальной точки закрепления» волчков) в область определения исходного аффинного представления фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона.

Данная коррекция делает фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона эквивариантно полным.

Классическая же теорема Лиувилля-Арнольда не включает в потоки интегралов этот центр O, соответствующий (посредством отображения $(\mathbb{E}_O^4 \to \mathbb{E}_O^{3+1})$) точкам закрепления волчков.

Пространство их классические решений в виде (гипер)эллиптических квадратур

- становится эквивариантно замкнутым (в алгебраическом и топологических смыслах);
- приобретает структуру пространства производных функциональных кватернионов ([4]).

Координатами

- в каноническом пространстве функциональных кватернионов (см. [3], [4]);
- в каноническом функциональном пространстве Лобачевского (см. [1], [3])

являются координаты в каноническом функциональном расширении (каноническом изотропном расширении) простой исключительной алгебры Ли e_8: это ее каноническое односвязное мероморфное расширение ([3], [4]).

Элементами же таким образом расширенного пространства классических тэта-решений со знаками $\pm$ и являются функции $L(s, E/\mathbb{Q})$: данные L-функции и представляют отдельные функциональные кватернионы.

Полученное функциональное пространство уже эквивариантно замкнуто (и фазово траекторно полно в алгебраическом и топологическом смыслах): оно является каноническим односвязным пополнением *неодносвязного* пространства тэта-квадратур классических решений со знаками.

Данная модель соответствует эквивариантной компактификации фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона посредством их симметрии обратимости по времени и также:

- имеет каноническую фактор-групповую структуру эквивариантной симметрии Галуа – симметрии, присоединенной к групповому отображению компактифицированного своим нейтральным элементом коммутанта $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$, где
  - нейтральному элементу группы Галуа $Gal\,\mathbb{Q}(s)$ поля дробно-рациональных функций $\mathbb{Q}(s)$ соответствует геометрический центр O, формально инцидентный бесконечно удаленной точке;
  - s – переменная аффинного $\mathbb{C}$-времени;
- является некоммутативным функциональным проективным расширением классической аффинно коммутативной (аффинно симплектической торической) интегрируемости по Лиувиллю-Арнольду;
- реализуется в каноническом односвязном функциональном пространстве Лобачевского (аффинно трехмерном проективном), представляющем каноническое функциональное проективное расширение классического торического лиувиллевого слоения с аффинной пуассоновой структурой (*аффинно изоэнергетической* симплектической структурой).

В этом динамическом контексте (ассоциированном с дифференциальными уравнениями) арифметика кривых $E/\mathbb{Q}$ возникает как скрытые «граничные условия на бесконечности формального времени» для классических решений, представляемых эллиптическими функциями родов 1 и 2.

Это делает исходные обыкновенные дифференциальные уравнения (не имеющие граничных условий) корректной краевой задачей уже с граничными условиями в виде нейтральных элементов кривых $E/\mathbb{Q}$, находящихся на формальной бесконечности классического аффинного времени.

Ключевой *механический (физический) смысл функций* $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ и $L(s, E/\mathbb{Q})$ таков:

маятниковый модельный смысл:

функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ представляет *универсальные*, а функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ представляют *локальные переменные «угол» канонического аналитического маятника* (см. также *маятниковую интерпретацию дзета-функции Римана* в [4]);

твердотельный модельный смысл:

данные функции представляют универсальный потенциал (*функция* $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$) *и частные потенциалы* (*функции* $L(s, E/\mathbb{Q})$) *амплитуды неклассической (специальной квантовой и релятивистской) гироскопической динамики вращающихся тяжелых твердых тел, описываемой уравнениями Эйлера-Пуассона в базовом модельном пространстве-времени Минковского в виде композиции следующих отображений:*

- *амплитуды вращения тяжелых волчков вокруг выделенных осей со специальными (допустимыми) значениями угловых скоростей*;
- *амплитуды автоколебания выделенных данных осей вращения тяжелых волчков около выделенной точки со специальными (допустимыми) значениями частот*;

и при этом

- *собственно такая вращательно-автоколебательная динамика описывается функциональными уравнениями для функции* $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ *(представляющей общее решение канонического аналитического маятника) и для функций* $L(s, E/\mathbb{Q})$ *(представляющей моды его автоколебаний);*
- *классическим неподвижным точкам закрепления волчков соответствуют нейтральные элементы типов данных автоколебаний с канонической фактор-групповой Галуа-структурой;*
- *типам данных автоколебаний соответствуют классы изогенности кривых* $E/\mathbb{Q}$.

9. Принципиальная некорректность классического рассмотрения и ее и эквивариантная функционально-арифметическая коррекция

Качественно, такой очень *специальный квантовый характер* исходно классической динамики следует из того, что кривые $E/\mathbb{Q}$ образуют «функциональное ключевое множество в смысле Пуанкаре» в пространстве эллиптических кривых $E/\mathbb{C}$, кодируя всюду плотно периодическую фазовую динамику уравнений Эйлера-Пуассона.

Именно свойство «эквивариантной функциональности», обеспечивающее конструктивное аналитическое продолжение в особенности фазовой динамики, пропущено в рассуждении В.В. Козлова, приводящем к неинтегрируемости динамики «малого аналитического возмущения» волчка Эйлера (см. [5]).

Вместо хаоса «*расщепления сепаратрис*», а также не контролируемых процессов «*ветвления решений*» и «*рождения невырожденных гиперболических решений*» ([5]) ***возникает CW-комплекс интегрируемых случаев*** (общих и частных интегрируемых волчков), представляющий алгоритмически конструктивный образ отображения группового самосопряжения канонического конечно порожденного потока больших *ко*кругов на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$, канонически координатизируемое функциональной алгеброй $e_8(\mathbb{Q}(s))$ ранга 281 (см. [3]).

Данное эквивариантное аналитическое продолжение (см. [1], [3], [4]):

- *представляет общую аналитическую монодромию универсального сопровождающего аналитические волчки правильного тетраэдра* (его общую фактор-групповую зеркально-симметричную-трансляционную-вращательную монодромию);
- представляет каноническую аналитическую теорию возмущений уравнений Эйлера-Пуассона;
- описывается корректно определенной экспонентой преобразований Ковалевской (имеющих групповую функциональную Галуа-структуру);
- является отображением канонической эквивариантной склейки квадратур со знаками $\pm$ известных решений уравнений Эйлера-Пуассона;
- имеет некоммутативную геометрическую структуру канонического аналитического пространства Лобачевского
    - как пространства изометрий канонического функционального пространства Лобачевского, (см. п. 15),
    - имеющего механический смысл безразлично-равновесной динамики ротора в кардановом подвесе (см. [3])

и не может быть получено в рамках классического коммутативного анализа Фурье-разложений возмущенной динамики волчка Эйлера – математической базы получения «неинтегрируемости» в соответствии с [5].

К сожалению, эта математическая некорректность *аффинного рассмотрения* задачи породила *принципиальную глобальную проблему*: получаемая (в [5]) аффинная (над $\mathbb{R}$-временем) аналитическая *неинтегрируемость* только одного интегрируемого случая, оказалась почти сразу фактически возведенной (значительной частью профессионального сообщества) в «*статус неинтегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона в целом*», несмотря на очевидный *локальный (аффинный), и в итоге, неэквивариантный (некорректный)* (*характер, этой неинтегрируемости.*

Более того, со временем она вписалась в широко распространившуюся модную деятельность по «компьютерно визуализируемой неинтегрируемости» и стала основой теперь уже *прочно укоренившейся «парадигмы неинтегрируемости и хаотизации для аналитических гамильтоновых систем в целом» как «явления общего положения»* (соответствующий анализ и ссылки, связанные с КАМ-теорией, см. в [1]).

Помимо математической некорректности и фундаментального когнитивного негативизма *эта хаотическая картина «со штучными вкраплениями никак не связанных между собой интегрируемых случаев», к сожалению, реально «убивает» прикладной потенциал* как уравнений Эйлера-Пуассона, так и гипотетической конструктивной теории аналитических гамильтоновых систем.

Корректная же картина для уравнений Эйлера-Пуассона оказывается совершенно другой: она конструктивна по всем параметрам как самих уравнений, так и их эквивариантной аналитической теории возмущений (см. [1] - [4]).

Так, если следовать схеме эффектов, хаотизирующих фазовое пространство аналитического (аффинного, t-необратимого, неэквивариантного) возмущения волчка Эйлера, то их эквивариантная (корректная) версия оказывается конструктивно детерминированной:

$$\{\text{эквивариантный эффект расщепления сепаратрисы } Separatrix\}$$
$$\Updownarrow$$
$$\mathbb{S}^3_{C^0} \cong Separatrix/(Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s))$$
$$\Updownarrow$$

{эквивариантное конфигурационное пространство}

{эквивариантный эффект одновременного рождения бесконечного числа пар невырожденных эллиптических и гиперболических периодических решений}

$$\Updownarrow$$

$$Image(\mathbb{S}^3_{C^0} \cong \Lambda^3_{C^0}) \cong Separatrix/[Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)]$$

$$\Updownarrow$$

{эквивариантное фазовое пространство}

{эквивариантный эффект неконтролируемого ветвления решений в плоскости $\mathbb{C}$-времени}

$$\Updownarrow$$

$$Ker\{\mathbb{S}^3_{C^0} \cong \Lambda^3_{C^0}\} \cong Separatrix/[id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)]$$

$$\Updownarrow$$

{эквивариантная скобка Пуассона}

Таким образом, эквивариантный конструктивизм (реализующий, в итоге, конечно порожденный детерминизм, см. [1], [3]) включает, в том числе, обсуждаемую эквивариантную функциональную арифметику. И эта конструктивность и создает мотивацию исследования прикладного потенциала эффекта точной разрешимости рассматриваемых уравнений.

Некоторые приложения, просто уже математически недоступные для классического рассмотрения, приведены в [1], [3], [4].

Ее принципиальное отличие от классического хаоса общего положения – канонический конечно порожденный детерминизм физически реализуемой динамики, являющейся (в данном случае - для динамики уравнений Эйлера-Пуассона)

- аффинно аналитической для значений «общего положения» параметров;
- глобально аналитической для крайне специальных значений параметров.

Таким образом, свойство аналитичности жестко отбирает (селекционирует) определяющие динамику параметры.

Также конструктивно, вполне вероятно, дело обстоит и для всей (гипотетической) категории гамильтоновых систем (см. соответствующую индуктивную процедуру в [4]).

10. С.В. Ковалевская решила задачу об интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона в классической постановке

Принципиальный момент состоит в том, что имеет место следующее утверждение о том, что С.В. Ковалевская нашла именно общий, а не специальный случай интегрируемости над $\mathbb{R}$-временем уравнений Эйлера-Пуассона. Этот случай имеет параметры с загадочным механическим смыслом. И именно этот случай в профессиональном сообществе механиков считается механически бессмысленным (см. исторический и методологический анализ в [1]) и преподносится как результат «изощренного математического трюкачества» на основе искусственных преобразований над «механически бессмысленным» комплексным временем.

Теорема (см. [1], [3], а также п. 27)**.** Случай параметров тензора инерции и координат точки закрепления Ковалевской ($A = B = 2C$; точка закрепления лежит в плоскости эллипсоида инерции) является общим случаем интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{R}$-временем.

Ее решение является канонической аффинной картой на решении L-функционального вида, представляемым функцией $exp\,\zeta\left(\frac{1}{2}+it, \Delta_{12}(q)\right)$.

Данная теорема является следствие следующего утверждения.

Утверждение. Преобразования Ковалевской являются перенормировкой общих уравнений Эйлера-Пуассона на их инволюцию обратимости по времени:

$$g_{Kow}^{s|t} = g_{E-P,aff}^{s|t} \otimes_{\mathbb{C}|\mathbb{R}} (exp\{<\vec{\gamma},\vec{\omega}>=0;[\vec{\gamma},\vec{\omega}]=0\}),$$

где $\{<\vec{\gamma},\vec{\omega}>=0;[\vec{\gamma},\vec{\omega}]=0\}$ –

- уравнение обратимого по времени вертикального равновесия математического маятника;
- уравнение аффинно трехмерной бутылки Клейна;
- нейтральный элемент группового отображения инволюции $\mathbb{Z}_2((s|t) \to -(s|t))$;
- *эквивариантная тензоризация* $\otimes_{\mathbb{C}|\mathbb{R}} (exp\{<\vec{\gamma},\vec{\omega}>=0;[\vec{\gamma},\vec{\omega}]=0\})$ – инвариантная форма преобразований Ковалевской (см. [10]).

Механическим смыслом случая Ковалевской является потенциал фазового потока

- шарового гравитационного монополя (см. [3], п. 30):
    - его геометрической моделью является каноническая односвязная аналитизация классической модели Пуанкаре-Клейна плоскости Лобачевского в единичном круге на комплексной плоскости,
    - условия на параметры в случае Ковалевской определяют универсальный волчок для уравнений Эйлера-Пуассона – трехмерный шар с канонической $\mathbb{R}$-аналитической топологией (см. [1]);
- колебаний канонического $\vec{\omega}$-маятника над $\mathbb{R}$-временем –
  маятника с конфигурационным пространством в виде пространства угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона,
    - физически реализуемого в трехмерном конфигурационном пространстве и изоморфным каноническому функциональному пространству Лобачевского,
    - определяемого в данной работе как $\Lambda^3(\mathbb{R})$-маятника, см. п. 12);
- колебаний классического маятника вокруг его вертикального равновесия (см. [1], [3]), эквивалентным автоколебаниям вертикального математического маятника на специальных, конструктивно вычисляемых, частотах;
- уиверсальному $\mathbb{R}$-аналитическому возмущению фазовой динамики тривиального волчка над $\mathbb{R}$-временем.

С.В. Ковалевская получила полное решение уравнений Эйлера-Пуассона в классической постановке:

- нашла каноническое *аффинное представление* общего аналитического решения уравнений Эйлера-Пуассона в специальных тэта-функциях рода 2;
- нашла общий интеграл уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{R}$-временем.

*Общее же аналитическое решени*е уравнений Эйлера-Пуассона *реализует каноническую односвязную склейку ветвей аффинного решения Ковалевской и найдено в* [1].

В работах [1], [3], [4] приводится обобщение этого результата на случай комплексного времени, имеющего смысл канонической эквивариантной аналитической теории возмущений уравнений Эйлера-Пуассона.

11. Ключевые интерпретации эквивариантной арифметичности уравнений Эйлера-Пуассона

Эквивариантная коррекция уравнений Эйлера-Пуассона имеет математический смысл «эквивариантного аналитического продолжения» фазового потока исходных механических уравнений над классическим аффинным временем в его формальную бесконечность посредством компактифицирующего отображения их симметрии обратимости по времени $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$.

Замечание (о структуре формального времени). Если это специально не оговаривается, то аффинное (классическое) время предполагается комплексным, обозначаемое переменной s (как уже отмечалось и в п. 2).

При этом продолжении в область определения фазового потока включаются точки закрепления аналитических волчков. Точки закрепления аналитических волчков становятся выделенными точками *канонического* односвязного функционального пространства Лобачевского (см. пп. 1, 15).

В механическом контексте эти точки закрепления имеют «универсальную точку» в виде точки закрепления *классического математического маятника*, находящегося строго в вертикальном равновесии и с учетом условия $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантности его динамики.

Образ отображения эквивариантной коррекции посредством отображения $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ точек закрепления имеет механический смысл автоколебаний классического математического маятника вокруг его вертикального равновесия.

В *физическом контексте точки закрепления* аналитических волчков – это релятивистские точки, которые можно интерпретировать как центры автоколебаний «планковских осцилляторов» (односвязных аналитических 0-мерных циклов), из которых собственно и состоят аналитические волчки (см. п. 29).

В этом контексте аналитические волчки интерпретируются как равновесные статистические ансамбли планковских осцилляторов.

В *математическом контексте точки закрепления* аналитических волчков – это диофантовы соотношения Била (см. п. 12), представляющие канонический нульмерный идеал

- канонического фактор-группового фунционального отображения центральной симметрии целочисленной *ко*решетки $(\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3/O)^*$;
- канонического фактор-группового функционального отображения прямолинейного потока на решетке $(\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3/O)^*$;
- в пространстве $\mathbb{C}$-аналитических отображений трехмерной сферы.

В *динамическом контексте точки закрепления* аналитических волчков – это нетеровы интегралы точек закрепления $\mathbb{C}$-аналитических волчков.

Парадоксальное отсутствие точек закрепления волчков в классическом рассмотрении делает его *не только математически, но и механически некорректным, что принципиально важно, прежде всего, для объективной оценки прикладного потенциала классической механики*.

Одним из парадоксальных следствий такой коррекции оказывается <u>*рекурсивная счетность множества фазовых состояний уравнений Эйлера-Пуассона*</u> (см. также п. 29).

С динамической точки зрения соответствующее отображение пересчета фазовых состояний является динамической системой на «щелях» между КАМ-торами классического возмущения волчка Эйлера.

Данное рекурсивное (даже *авторекурсивное*) отображение оказывается прямолинейным потоком на канонической аффинно трехмерной бутылке Клейна с канонической фактор-групповой конечно порожденной разрешимой функциональной структурой.

Именно аффинная проекция компактной фактор-групповой Галуа-структуры этого отображения пересчета и оказывается фазовым потоком исходных уравнений.

Минимальной механической моделью отображения эквивариантного рекурсивного пересчета фазовых состояний оказывается фазовый поток классического математического маятника в вертикальном равновесии с учетом его симметрии обратимости по формальному аффинному времени.

Данный поток оказывается натуральной гамильтоновой системой с гамильтонианом
$exp\ F = exp\ (T + U)$, где

$$exp\ F(\vec{\gamma}, \vec{\omega}) = |(\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)|^2$$

$$T = (\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2;\ U = \gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3,$$

где функция $F(\vec{\gamma}, \vec{\omega})$ имеет вид:

$$F(\vec{\gamma}, \vec{\omega}, s) = exp((s)^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2)$$

Функция $exp\,F$ представляет *гамильтониан чисто мнимого кватернионного маятника* $-$ *канонического возмущения чисто мнимого комплексного маятника* (см. пп. 1, 15).

Функция $F(\vec{\gamma}, \vec{\omega})$ зависит от формального аффинного времени s и является:

- гамильтонианом равновесной (адиабатической) динамики автоколебаний классического математического маятника вокруг его вертикального равновесия;
- гамильтонианом тривиального волчка (см. [1]);
- гамильтонианом равновесной динамики *канонического аналитического конического маятника (геометрического 4d-сферического маятника,* $(\vec{\gamma} - \vec{\omega})$*-инерциального маятника;* Kl^3*-маятника* (см. данный пункт ниже);
- гамильтонианом равновесной (адиабатической) динамики Λ^3*-маятника* (см. п. 11);
- потенциалом канонической *сферо-конической-гиперболической* системы координат в эквивариантной коррекции $\mathbb{R}^6(\vec{\gamma}, \vec{\omega})/\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ исходного фазового пространства $\mathbb{R}^6(\vec{\gamma}, \vec{\omega})$;
- потенциалом *центра* канонического фактор-группового отображения
  - универсального прямолинейного потока на *ко*решетке $(\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3/O)^*$,
  - универсальной гомотетии *ко*решетки $(\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3/O)^*$;
- функцией Морса на каноническом (изотропном) конусе в фазовом пространстве $\mathbb{R}^6(\vec{\gamma}, \vec{\omega})/\mathbb{Z}_2(s \to -s)$.

Универсальное потраекторное представление гамильтониана вертикального маятника имеет вид:

$$H(s,q) = exp\, F(s,q) = exp\, \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big);$$

$$F(s,q) = \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big).$$

Соответствующее представление функций $H(s,q)$ и $F(s,q)$ как потенциалов отображений в линейном функциональном пространстве, имеющем каноническую структуру функционального CW-комплекса имеет вид полных пространств частных решений динамических уравнений Эйлера-Пуассона и кинематических уравнений Пуассона над $\mathbb{C}$-временем:

- $(H(s,q))_{CW} = exp\, \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big))_{CW} = \{exp\, L(s, E/\mathbb{Q})\}$;
- $(F(s,q))_{CW} = (\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big))_{CW} = \{L(s, E/\mathbb{Q})\}$,

где функциональный аргумент $E/\mathbb{Q}$ принадлежит множеству эллиптических кривых с рациональными коэффициентами, являясь его любым элементом.

12. Ключевые интерпретации эквивариантной арифметичности уравнений Эйлера-Пуассона в контексте их маятниковых моделей

Гамильтониан H, реализованный в переменных s, q (функция $H(s,q)$, см. п. 11) является

с механической точки зрения:

- гамильтонианом *канонического глобально аналитического конического маятника (а также, введенных в* [3], *функционального кватернионного маятника; q-маятника) в SO-описании;*
  - *данный маятник далее обозначается Kl^3-маятником;*
  - Kl^3–
    - *каноническое гиперплоское сечение упорядоченного изоморфизма* $\mathbb{E}^4 \cong \mathbb{E}^{4,*}$ и индуцированного глобального изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3 \cong T^*\mathbb{S}^3$, см. [4];
    - *универсальная орбита сопровождающего тетраэдра*;
    - аффинно трехмерная бутылка Клейна с канонической групповой диагональю (см. [1],[3],[4]),
    - *каноническая функциональная бутылка Клейна* (см. п. 1) – каноническая ориентированная диагональ канонической функциональной решетки (универсальной эллиптической кривой над $\mathbb{Q}$);
- гамильтонианом PSL-описания Kl^3-маятника с аффинным конфигурационным пространством в виде пространства Лобачевского $\Lambda^3(\mathbb{C})$
  - ***данный маятник далее называется Λ^3-маятником*** ($\Lambda^3(\mathbb{R})$-маятником, $\Lambda^3(\mathbb{C})$-маятником), или ***$\vec{\omega}$-маятником;***
  - конфигурационное пространство Λ^3-маятника представляется образом канонического упорядоченного глобального изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3 \cong T^*\mathbb{S}^3$, где отображение глобального изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3 \cong T^*\mathbb{S}^3$
    - реализует пространство угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона
    - имеет структуру канонического глобального расслоения Хопфа сфере $\mathbb{S}^3$ (см. [3]);
    - представляет *канонические (сферо-конические-гиперболические) координаты* в эквивариантном (корректном) фазовом пространстве $\mathbb{R}^6(\vec{\gamma}, \vec{\omega})/\mathbb{Z}_2(s \to -s)$;
    - имеет структуру канонического упорядоченного атласа на потоке больших *ко*кругов на сфере $\mathbb{S}^3$ («нижняя карта»→«склейка»→«верхняя карта»);

- гамильтонианом изотропного аналитического математического маятника (см. [3]);
- гамильтонианом чисто мнимого кватернионного маятника (см. п. 1);

с математической точки зрения:

- потенциалом канонической аналитической структуры на группе $SO(3,\mathbb{C})$;
- потенциалом отображения производной биективной модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$ с универсальным потенциалом $\zeta\big(s,\Delta_{12}(q)\big)$;

с физической точки зрения:

- потенциалом канонической фактор-групповой гомотетии (фактор-группового самоподобия) базового аффинного пространства-времени для уравнений Эйлера-Пуассона (классического (3d+1)-пространства Минковского);
- потенциалом модели фазовой динамики исходных уравнений *с основными и со скрытыми измерениями* (с образами измерений базового аффинного (3d+1)-пространства-времени при компактификации инволюцией обратимости по времени рассматриваемых уравнений, имеющей ранги *«общего положения»* (минимальный ранг) и *«необщего положения»* (немининимальный ранг) соответственно);

с динамической точки зрения:

- потенциалом универсального прямолинейного потока на трехмерной евклидовой решетке $\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3/O$ с выделенным центром ее фундаментальной области (имеющего функциональную фактор-групповую структуру);
- потенциалом канонического эквивариантного разрешения от особенностей сепаратрисы фазовой динамики волчка Эйлера.

Каноническая *эквивариантная непрерывная* коррекция фазовой динамики классического маятника приобретает следующий механико-математический смысл:

- уровни $\zeta\big(s,\Delta_{12}(q)\big)=const$ представляют
  - уровни непрерывной (адиабатической) динамики уравнений Эйлера Пуассона;
  - уровни односвязной компактификации отображения аффинной модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$.

В монографии [1] эквивариантные L-функции и получаются явной координатизацией этих симметрий на базе конечно-порожденного рекурсивного пересчета целочисленных точек на трехмерной евклидовой *ко*решетке $(\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3/O)^*$.

Таким образом, возникающие ответы на приведенные в п.1 вопросы*, с одной стороны, вскрывают серьезную ограниченность классической точки зрения на уравнения Эйлера-Пуассона*, нуждающейся в функциональной и проективной коррекции над комплексным полем $\mathbb{C}$.

С другой стороны, возникающая необходимость аргументации обогащает классическую задачу не только множеством открывающихся взаимосвязей математики, механики и физики, но и *выявляет ее интересный прикладной потенциал*, например, в области орбитальной баллистики (см. [1], [3]).

13. Глобальная аналитичность фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона – основная причина появления функциональной арифметики

Глобальная аналитичность фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона – основная причина появления функциональной арифметики как ее собственной структуры.

Кратко говоря, отметим, что основной причиной парадоксального появления функций $L(s,E/\mathbb{Q})$ в контексте уравнений Эйлера-Пуассона оказывается специфическая скрытая *глобальная* аналитичность их решений, индуцированная аналитической (формально) зеркальной симметрией $\mathbb{Z}_2(t \to -t)$ обратимости по формальному времени гамильтониана исходных уравнений, где $t \in \mathbb{R}$.

Далее, в основном, рассматривается комплексифицированная ситуация, когда $s \in \mathbb{C}$, если это специально не оговаривается.

Указанная эквивариантная глобальная аналитичность проявляется в виде специальной функциональной Галуа-симметрии фазового потока рассматриваемых уравнений. Каноническими инвариантами этой симметрии и оказываются функции $L(s,E/\mathbb{Q})$ – канонические функциональные Галуа-разрешимые подстановки на больших *ко*кругах на трехмерной сфере $\mathbb{S}^3$.

Эта Галуа-симметрия реализует эквивариантное ($\mathbb{Z}_2(t \to -t)$-инвариантное) компактифицирующее *односвязное аналитическое продолжение* аффинных (классических) решений исходных уравнений в бесконечность аффинного (классического) времени.

Такое продолжение геометрически реализуется каноническим односвязным аналитическим потоком больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3$ – каноническими производными функциональными Галуа-разрешимыми подстановками на больших *ко*кругах на трехмерной сфере $\mathbb{S}^3$.

Данная функциональная Галуа-симметрия

- является структурно нетривиальной симметрией, кодирующей модель физически размерного движения массивного тела в поле гравитации, происходящего в реальном времени (см. [3]): она представляет управление, обеспечивающее равновесие
    - однородного массивного шара,
    - классического математического маятника

  вертикально (осесимметрично) стоящих на своей нижней точке в классическом плоско-параллельном поле тяжести
- имеет ключевую стэковую (в алгоритмическом смысле) модель в виде фазового потока «вертикального маятника» – автоколебаний классического математического маятника в его $\mathbb{Z}_2(t \to -t)$-инвариантном вертикальном равновесии с гамильтонианом $exp\ \zeta\big(s,\Delta_{12}(q)\big)$, имеющим смысл канонической функциональной экспоненты (см. [3]).

Аналитичность и односвязность такой симметрии индуцирует структуру специальную адельную структуру базового (3+1)d-мерного пространства-времени (см. [1], [3]). Эти свойства Галуа-симметрии

- подключают бесконечно удаленную стандартную трехмерную сферу $\mathbb{S}^3$ (см. [3]) в 4d-евклидовом пространстве в качестве ее скрытого граничного условия;
- индуцируют на $\mathbb{S}^3$ структуру эквивариантных функциональных аделей как канонической односвязной функциональной решетки, изоморфной нейтрального элемента канонического (непрерывного) потока больших *ко*кругов на трехмерной сфере (см. [3]).

14. Глобальная аналитическая структура на трехмерной сфере представляет эквивариантную функциональную арифметику и аналитические дельта-функции

Такая эквивариантная (глобальная, адельная – см. [3]) сфера $\mathbb{S}^3$ представляет

- пространство корректных (эквивариантных, глобальных) угловых скоростей
- абсолютную систему отсчета

для уравнений Эйлера-Пуассона.

Представление данных уравнений относительно этой системы отсчета дает их полную линеаризацию. Аффинная форма этой линеаризации представляется уравнениями Ковалевской, канонически нормализующими уравнения Эйлера-Пуассона (см. [1]).

В этом эквивариантном нормировочном контексте арифметика кривых $E/\mathbb{Q}$ возникает как скрытые «граничные условия на бесконечности формального времени».

В итоге, корректный фазовый поток классических уравнений Эйлера-Пуассона имеет функционально-дискретную (квантовую) структуру множества автоморфизмов счетного множества нулей функций $L(s, E/\mathbb{Q})$ (счетного конечно порожденного пространства состояний) посредством функций $exp\, L(s, E/\mathbb{Q})$ (счетного конечно порожденного потенциалов фазового потока).

Естественным геометрическим смыслом такого парадоксального вывода об «эквивариантной квантовой структуре» фазового потока классических уравнений является авторекурсивная (эквивариантная счетная) и, вместе с тем, конечно порожденная групповая структура указанного аналитического потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3$.

Механическим смыслом, также естественным, является инерциальная динамика ротора в полностью стабилизированном (в общем случае – над $\mathbb{C}$-временем) кардановом подвесе (см. [3]). Также имеется и небесно-механический смысл (см. [1], [4], см. также п. 31).

Односвязный аналитический поток больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3$, являясь аналитическим отображением, естественным образом квантует пространство аналитических функций на $\mathbb{S}^3$ (см. [3]), создавая в своей области значений эквивариантные глобальные функциональные вычеты.

Это индуцирует квантование конфигурационного и фазового пространств исходных уравнений, и также, вытекающее отсюда, квантование фазового потока: аналитические волчки становятся эквивариантными глобальными $\mathbb{S}^3$-вычетами (см. [1], гл. 9).

Топология множества таких вычетов оказывается, не просто счетной, а даже конечной. Сами вычеты имеют специальную векторно-значную аналитическую дельта-функциональную структуру эквивариантного аналитического продолжения функций $exp\, L(s, E/\mathbb{Q})$ в $s = 1$ (см. [3]).

Данные вычеты являются упорядоченными функциональными подкомплексами универсального эквивариантного вычета $exp\, \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$, представляющего общее решение корректных уравнений Эйлера-Пуассона.

Такие эквивариантные вычеты имеют естественный механический смысл типов точных аналитических моделей физически размерной гироскопической динамики в реальном времени (см. [4]).

Важно отметить, что данная эквивариантная динамика имеет «аналитически-дельтообразный» автоколебательный характер, наглядно экспериментально визуализированный в орбитальном эффекте Джанибекова. (см. [1], [3]).

Возникающая квантовая структура отчетливо проявляется на канонической маятниковой модели уравнений Эйлера-Пуассона в каноническом функциональном пространстве Лобачевского (см. п. 11).

Таким образом, учет инволюции $\mathbb{Z}_2(s|t \to -s|t)$ с необходимостью приводит к квантовой структуре исходной классической задачи. Общее решение уравнений Эйлера-Пуассона в виде канонической функциональной экспоненты $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ (см. [1], [4]) приобретает смысл их канонического квантования (см. [3], также п. 4).

Связь с классическим рассмотрением. Фазовые потоки классических случаев интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона оказываются конечномерными аффинными вещественными картами на данных глобальных (однокартных) функциональных вычетах с динамической структурой (см. [3]).

Все классические интегралы (как отображения) уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{R}$-временем представляют аффинные карты на общем интеграле (как на отображении), представляемым дополнительным интегралом Ковалевской ее случая интегрируемости

$$H_{Kow} = |(\omega_1 + i\omega_2)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2)|^2$$

имеющим смысл канонической $\mathbb{R}$-аналитической дельта-функции (см. п. 27 и [4]).

Интеграл H_{Kow} имеет смысл

- гамильтониана чисто мнимого комплексного маятника;
- закона сохранения импульса для $\vec{\omega}$-маятникового представления (см. п. 15 и [4]) фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{R}$-временем.

15. Маятниковая модель фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона в функциональном пространстве Лобачевского

Модель фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона в функциональном пространстве Лобачевского. Уравнения Эйлера-Пуассона с учетом их обратимости по времени оказываются эквивалентными дифференциалу односвязного отображения аналитического потока больших *ко*кругов на трехмерной сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ (будем рассматривать случай $\mathbb{C}$-времени).

Канонической аффинной формой данного дифференциала оказываются уравнения Ковалевской для ее (частного) случая интегрируемости.

С аналитической точки зрения данное отображение потока больших *ко*кругов на трехмерной сфере полностью линеаризует уравнения Эйлера-Пуассона.

Орбита односвязного отображения непрерывного потока больших *ко*кругов на 3d-сфере (или – производного потока больших кругов) представляет каноническое функциональное пространство Лобачевского (см. п. 23).

Эквивариантная непрерывность означает односвязную непрерывность, или F-инвариантную непрерывность, где определение метрического инварианта F приведено в п. 11, также см. ниже.

Каноничность данного пространства соответствует отмеченному выше наличию специальной, канонически определенной, функциональной Галуа-симметрии фазового потока рассматриваемых уравнений.

Эквивалентным образом, такое функциональное пространство изоморфно (см. [1])

- каноническому односвязному мероморфному расширению трехмерного пространства Лобачевского;
- фазовому потоку тривиального волчка;
- фазовому пространству
    - однородного массивного шара,
    - классического математического маятника,
    вертикально (и осесимметрично) стоящих на своей нижней точке в классическом плоско-параллельном поле тяжести;
- каноническому односвязному глобально непрерывному (адиабатическому) $\mathbb{S}^3$-вычету.

Ключевая роль канонического функционального пространства Лобачевского состоит в том, что <u>оно канонически представляет пространство угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона</u> с канонической эквивариантно непрерывной (односвязной непрерывной) связностью.

Данные модели эквивалентны

- конфигурационному пространству аналитического конического маятника – чисто геометрического (конического инерциального) четырехмерного сферического маятника (Kl^3-маятника);
- пространству импульсов канонического однородно-изотропного маятника (см. [3], [4]);
- конфигурационному пространству Λ^3- маятника;
- пространству импульсов классического маятника в вертикальном равновесии с учетом свойства аналитической симметрии обратимости по времени его динамики.

Поэтому корректный фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона реализуется

- односвязными изометриями канонического функционального пространства Лобачевского;
- канонической дифференциально-геометрической индикатрисной конструкцией на четырехмерной сфере $\mathbb{S}^4$ (см. [3], [4]);
- односвязной теорией $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантных аналитических возмущений
    - тривиального волчка,
    - классического математического маятника.

Каноническое $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантное маятниковое (глобально одностепенное) представление фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона реализуется:

- канонической проективной самодвойственностью фазового *пространства* Λ^3-маятника;
- фазовым потоком классического маятника в вертикальном равновесии с учетом свойства аналитической симметрии обратимости по времени его динамики;
- пространством орбит отображения самодвойственности прямых в каноническом функциональном пространстве Лобачевского (пространством осей Галуа) – см. [1], [3].

Канонической метрикой на функциональном пространстве Лобачевского над $\mathbb{C}$ является (см. [1]):

- функция $\zeta\big(1 - s, \Delta_{12}(q)\big)$ (в PSL-описании);
- функция
$$F(\vec{\gamma}, \vec{\omega}, s) = exp((s)^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2)$$
  (в SO-описании аффинными кинематическими переменными $(\vec{\gamma}, \vec{\omega})$ уравнений Эйлера-Пуассона).

Канонической метрикой на изометриях функционального пространства Лобачевского является:

- в PSL-описании (в переменной аффинного времени): функция $exp\ \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$;
- в SO-описании (в аффинных кинематических переменными $(\vec{\gamma}, \vec{\omega})$ уравнений Эйлера-Пуассона) является функция (см. [1])

  $$H(\vec{\gamma}, \vec{\omega}) = |(\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)|^2.$$

Инвариант $H(\vec{\gamma}, \vec{\omega})$ является:

- нетеровым интегралом уравнения движения Λ^3- маятника в SO-описании;
- законом сохранения импульса для Λ^3- маятника в SO-описании;
- потенциалом универсальной оси Галуа (см. [1],[3]) в SO-описании.

16. Почему модулярная арифметика является математикой обыкновенных дифференциальных уравнений Эйлера-Пуассона

Кратко детализируем начатую выше аргументацию связи функций $L(s, E/\mathbb{Q})$ с уравнениями Эйлера-Пуассона.

<u>Почему функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ удовлетворяют дифференциальным уравнениям Пуассона</u>. Уравнения Пуассона, рассмотренные как граничные условия для обратимых по времени Эйлера-Пуассона, представляют аффинный дифференциал потока больших *кокругов* на трехмерной сфере. Канонической аффинной формой данного дифференциала оказывается первое из двух уравнений Ковалевской (см. [1]).

Приведенная в п.11 маятниковая модель потока больших *ко*кругов на $3d$-сфере естественным образом подключает упорядоченное множество простых чисел в виде показателей локальных экспонент, организованных в CW-комплексы, формирующих функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ как канонические потенциалы динамики вертикальной динамики классического маятника (принципиально важно, что при этом учтена ее обратимость по времени).

Именно такую динамику пространства относительных равновесий (глобальную безразличную динамику) Λ^3-маятника и кодируют уравнения Пуассона.

Отметим, что эта динамика может быть проинтерпретирована как поле Хиггса на базовом пространстве времени уравнений Эйлера-Пуассона (см. [4]) – физическая интерпретация канонической меры на $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантном фазовом пространстве данных уравнений.

В этом контексте, «генерирующем размерную динамику из глобальной геометрии», пространство таких безразличных равновесий является областью определения итоговой гироскопической динамики аналитических волчков. Гироскопическая динамика уже имеет интерпретацию собственно механизма Хиггса в виде канонического самосопряжения поля Хиггса (см. [1], [4]).

Соответствующая дельта-функциональная интерпретация приведена в [3]. В ее рамках функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ являются распределениями (пробными функциями Шварца) для глобальных аналитических дельта-функций $exp\ L(s, E/\mathbb{Q})$.

Универсальным потенциалом эквивариантной относительной равновесной динамики является функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$, представляющая общее решение уравнений Пуассона (см. [1]-[4]).

Функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ реализуют ее циклы и представляют полное пространство частных решений этих уравнений.

Таким образом, *функции* $L(s, E/\mathbb{Q})$ имеют механический смысл канонических «циклов-потенциалов» эквивариантной ($F(\vec{\gamma}, \vec{\omega}, s)$-инвариантной) непрерывной связности на пространстве векторов угловых скоростей *аналитических* волчков.

Данные потенциалы имеют механическую интерпретацию как относительных фазовых равновесий аналитических волчков, так и конфигурационных векторов Λ^3- маятника.

Связь аналитической структуры функций $\boldsymbol{L(s, E/\mathbb{Q})}$ ***с переменными уравнений Пуассона.*** Непосредственная аналитическая структура функций $L(s, E/\mathbb{Q})$ получается явной координатизацией потока больших *ко*кругов на сфере $\mathbb{S}^3$ (см. [1], [3]).

Реализация этого отображения канонической односвязной аналитизацией классического аффинно аналитического расслоения Хопфа сферы $\mathbb{S}^3$ имеет эквивариантную $\mathbb{Z}_3$-градуированную авторекурсивную фактор-групповую структуру, создающую 3*d*-вектора из исходного «*s/t*-одномерия».

Далее, данная $\mathbb{Z}_3$-градуированная структура имеет дополнительную эквивариантную $\mathbb{Z}_2$-градуировку, соответствующую «конфигурационно-импульсной» (кинематической) градуировке рассматриваемых уравнений.

Композиция этих эквивариантных градуировок (см. [3]):

- имеет потенциалы в виде отображения $exp\, L(s, E/\mathbb{Q}) = 0$, действующего на множестве упорядоченных нулей функций $\{exp\, L(s, E/\mathbb{Q}) = 0\}$;
- реализует стэковое представление (каноническое эквивариантное линейное упорядочение) фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона;
- обеспечивает взаимнооднозначное соответствие с классическими переменными кинематических уравнений Пуассона;
- представляет производное кольцо деформаций представлений Галуа, ассоциированных с эллиптическими кривыми $E/\mathbb{Q}$, где исходное кольцо деформаций имеет следующую структуру:

$$\mathbb{Z}_3[\sigma_1, \dots \sigma_r]/Id \cong \{PGL_2(R_\emptyset) \cong PGL_2(T_\emptyset)\}$$

где

- σ_i -
  - *образующие производной группы Галуа* $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$,
  - *канонические циклы*
    - *полного базиса на* Kl^3,
    - *канонического группового закона на универсальной эллиптической кривой над* $\mathbb{Q}$,
- *канонические генераторы фазовых потоков интегрируемых случаев уравнений Эйлера-Пуассона*;
- $Id \cong [id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ -
  - *«производный» нейтральный элемент производной группы для группы* $Gal\ \mathbb{Q}(s)$,
  - *транспозиции группы Галуа* $[Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)]$,
  - *нейтральный элемент универсальной эллиптической кривой над* $\mathbb{Q}$,

- *теоретико-множественное представление абсолюта пространства Лобачевского,*
- *односвязная групповая склейка пары невырожденных гиперболических движений на сепаратрисе волчка Эйлера;*

- $\mathbb{Z}_3$ -
  - *подстановки группы Галуа* $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$,
  - *минимальный генератор двояко-асимптотической динамики на сепаратрисе волчка Эйлера.*

Счетная структура множества кривых $E/\mathbb{Q}$. В силу маятниковой модели уравнений Эйлера-Пуассона спектральными кривыми фазового потока являются кривые $E/\mathbb{Q}$, компактифицированные своими нейтральными элементами $id\ E/\mathbb{Q}$.

Такая спектральная структура обусловлена $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантной счетностью фазовых состояний $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантного классического маятника в вертикальном равновесии.

Данную спектральную структуру можно интерпретировать как *каноническую квантовую структуру кинематических уравнений Пуассона с учетом $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантности общих уравнений Эйлера-Пуассона*.

Классическая аффинная континуальность пространства классических решений в соответствующих абелевых функциях *переходит* при эквивариантной коррекции отображением $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ *в счетную (даже рекурсивно счетную) упорядоченность* решений аналитической маятниковой модели уравнений Эйлера-Пуассона.

Почему функции $exp\ L(s, E/\mathbb{Q})$ удовлетворяют уравнениям Эйлера-Пуассона.

Функции $exp\ L(s, E/\mathbb{Q})$ получаются $E/\mathbb{Q}$-специализацией явной координатизации корректно определенного универсального экспоненциального отображения потока больших *ко*кругов на сфере $\mathbb{S}^3$ (см. [1], [3]).

Замечание. *Функции* $L(t, E/\mathbb{Q})$, реализующие формальное овеществление аргумента функций $L(s, E/\mathbb{Q})$, *не удовлетворяют уравнениям Пуассона*, поскольку они не инварианты относительно инволюции обратимости по времени динамических уравнений Эйлера-Пуассона.

Вместе с тем, уравнениям Пуассона над $\mathbb{C}$-временем удовлетворяют функции $L(\frac{1}{2} + it, E/\mathbb{Q})$ – это потенциалы *внутренней* связности собственно на векторах угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона.

17. Связь функций $L(s, E/\mathbb{Q})$ со свойством модулярности кривых $\mathrm{E}/\mathbb{Q}$, гипотезой Била и последней теоремой Ферма

Краткой формой описываемых ниже взаимосвязей обыкновенных дифференциальных уравнений механики и функциональной арифметики является заключение о следующих эквивалентностях:

- эквивалентность отображения *односвязно нормализованной модулярной параметризации* кривых $E/\mathbb{Q}$ (*канонической бимодулярной параметризации*) и отображения фазового потока *уравнений Пуассона*;
- эквивалентность отображения *односвязной производной модулярной параметризации* кривых $E/\mathbb{Q}$ (*канонической производной бимодулярной параметризации*) и отображения фазового потока *уравнений Эйлера-Пуассона*;

- эквивалентность доказательства Уайлса (и других авторов) свойства модулярности кривых $E/\mathbb{Q}$ построению *канонической разностной схемы для уравнений Ковалевской*.

Связь функций $L(s,E/\mathbb{Q})$ со свойством модулярности кривых $E/\mathbb{Q}$. Арифметическая алгебраическая геометрия в виде сложной синтетической машинерии доказательства свойства модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$ воплощает *каноническую точную разностную схему* на корректном фазовом потоке кинематических уравнений Пуассона (с учетом его компактификации посредством инволюции обратимости по времени динамических уравнений Эйлера-Пуассона).

Такая компактификация оказывается канонической авторекурсивной Галуа-фактор-симметрией, инвариантами которой, в частности, являются функции $L(s,E/\mathbb{Q})$.

Указанная разностная схема, как отображение, является динамической: ее аффинный дифференциал в естественных аффинных координатах на изоморфизме $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ является дифференциальными уравнениями Пуассона.

Связь функций $L(s,E/\mathbb{Q})$ с доказательством свойства модулярности кривых $E/\mathbb{Q}$. Допустимые представления Галуа, используемые в качестве основного ее аппарата (см. [4]), приобретают смысл эквивариантных представлений Галуа для описания фазового потока уравнений Пуассона с явными инвариантами и универсальным потенциалом $\zeta\big(s,\Delta_{12}(q)\big)$.

Функция $\zeta\big(s,\Delta_{12}(q)\big)$ является гамильтонианом равновесной динамики *аналитического конического маятника* ($Kl^3(\mathbb{C})$-маятника).

Конфигурационное пространство $Kl^3(\mathbb{C})$-маятника имеет следующие реализации:

- нейтральный элемент $id\ Z_O^{\mathbb{E}^4}$;
- свободное сечение в канонического изоморфизма $T_*\mathbb{E}_O^4 \cong T^*\mathbb{E}_O^4$;
- $Kl^3(\mathbb{C}) \coloneqq id(T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})) \Leftrightarrow \{R_\emptyset \cong T_\emptyset\}$ –
    - орбита нормальной формы теоретико-множественного представления канонической глобализации изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$,
    - «минимальный случай» (для неприведенного, или «неминимального» случая реализуется приводимый по Уайлсу изоморфизм $R_{S\neq\emptyset} \cong T_{S\neq\emptyset}\}$, где S – непустое множество простых чисел, имеющих смысл параметров редукции («спуска») на «минимальный случай»),
    - орбита нейтрального элемента
        - локсодромической симметрии на $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$,
        - обратимого фазового потока (прямолинейной обмотки) на сепаратрисе волчка Эйлера.

Изоморфизмы колец $R_{S\neq\emptyset} \cong T_{S\neq\emptyset}$; $R_\emptyset \cong T_\emptyset$ введены в [6]. В рассматриваемом контексте связи динамики и арифметики они имеют следующие интерпретации:

- каноническое координатное кольцо
    - на свободном сечении канонического изоморфизма $T_*\mathbb{E}_O^4 \cong T^*\mathbb{E}_O^4$,
    - на каноническом глобальном лиувиллевом торе для уравнений Эйлера-Пуассона,
    - на вертикальном равновесии классического маятника (с учетом симметрии обратимости по времени его фазового потока);
- нейтральный элемент отображения бимодулярной параметризации
  $X_{E/\mathbb{Q}\cup id\ E/\mathbb{Q}} \leftrightarrow E/\mathbb{Q} \cup id\ E/\mathbb{Q}$, имеющего каноническую групповую структуру.

Фазовое пространство $Kl^3(\mathbb{C})$-маятника (фазовый поток равновесной динамики $Kl^3(\mathbb{C})$-маятника) является отображением, описывающим пространство эквивариантных (*допустимых*) деформаций кривых $E/\mathbb{Q}$, имеющим структуру конечно порожденного полного пересечения, и представляемого изоморфизмом (см. [7])

$\{GL_2(R_\emptyset) \cong GL_2(T_\emptyset)\} \Leftrightarrow \{T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})\}$.

Данный изоморфизм представляет:

с математической точки зрения:

- центральную симметрию $Z_O^{\mathbb{E}_O^4}$ в евклидовом пространстве $\mathbb{E}_O^4$;
- прямолинейный поток на $Kl^3(\mathbb{C}) \coloneqq id(T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}))$;
- каноническую односвязную изометрию чисто мнимой $2d$-сферы, реализованной абсолютом $3d$-пространства Лобачевского $\Lambda^3(\mathbb{C})$;

с механической точки зрения:

- корректный фазовый поток тривиального волчка;
- корректный фазовый поток классического маятника в вертикальном равновесии;
- конфигурационное пространство (каноническое равновесие) канонического аналитического маятника (см. п. 1);
- пространство равновесной (адиабатической) динамики уравнений Эйлера-Пуассона.

Фазовый поток *аналитического конического маятника* является отображением, описывающим производное пространство эквивариантных (*допустимых*) деформаций кривых $E/\mathbb{Q}$, имеющим индуцированную производную структуру конечно порожденного полного пересечения, и представляемого изоморфизмом (см. [1]):

$$\{PGL_2(R_\emptyset) \cong PGL_2(T_\emptyset)\} \Leftrightarrow exp\big(T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})\big).$$

Данный изоморфизм представляет:

с математической точки зрения:

- производную центральную симметрию $[Z_O^{\mathbb{E}^4}, Z_O^{\mathbb{E}^4}]$ в евклидовом пространстве $\mathbb{E}_O^4$;
- экспоненту (монодромию) прямолинейного потока на $Kl^3(\mathbb{C})$;
- каноническую односвязную производную изометрию чисто мнимой $2d$-сферы.

с механической точки зрения:

- *корректный* (обратимый по времени) фазовый поток общего волчка;
- *корректный* (обратимый по времени) фазовый поток колебаний классического маятника *вокруг вертикального равновесия*;
- самосопряженность фазового пространства *канонического аналитического маятника* (см. пп. 1,2).

Структура функционально-арифметического полного пересечения, представляемого изоморфизмом $GL_2(R_\emptyset) \cong GL_2(T_\emptyset)$:

- является граничным условием аналитического полного пересечения фазовых потоков интегрируемых случаев;

- представляет каноническую аналитическую версию классической теоремы Лиувилля-Арнольда.

В этом контексте фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона и его каноническая координатизация функциями $exp\,L(s, E/\mathbb{Q})$ воплощает каноническую конструктивную *односвязную производную* модулярную параметризацию кривых $E/\mathbb{Q}$.

Свойство *односвязности* обусловлено механическим смыслом исходных уравнений: аналитические волчки *фазово односвязны (в классике – односвязность лишь конфигурационная)*.

Ассоциированные с эквивариантной модулярностью кривых $E/\mathbb{Q}$ *диофантовы уравнения.* Диофантовы уравнения вида $x^m + y^n = z^l$, $m, n, l \geq 2$, с непустым множеством решений имеют следующие интерпретации:

геометрические:

- собственные функции нейтральных элементов трансляционных симметрий канонического функционального пространства Лобачевского в *SO*-описании;
- собственные функции нейтрального элемента отображения центральной симметрии трехмерной целочисленной евклидовой *ко*решетки с выделенным центром;
- собственные функции нейтральных элементов трансляционных симметрий канонической аффинно трехмерной (канонической функциональной) бутылки Клейна Kl^3 в *SO*-описании;
- уравнение вершин сопровождающего аналитические волчки тетраэдра;
- нульмерные инварианты канонической прямолинейной обмотки канонического эквивариантного функционального тора Kl^3;
- инварианты трансляций на чисто мнимой центрированной двумерной решетке;

физические:

- канонические нульмерные (теоретико-множественные) нетеровы интегралы для уравнений Пуассона в *SO*-описании;
- нетеровы интегралы точек закрепления аналитических волчков (соответствующая этой интерпретации запись такова: $x^m - z^l + y^n$ и качественно понятно, что должно выполняться условие $l = 2$);

механические:

- закон сохранения центра масс
    - для канонического аналитического маятника,
    - для чисто мнимого маятника;
- канонические уравнения креплений колец стабилизированного карданова подвеса массивного ротора;
- *канонические 0-мерные граничные условия* непрерывной (равновесной, адиабатической) динамики уравнений Эйлера-Пуассона.

При этом координаты x, y, z являются каноническими аффинными проекциями

- генератора корректно определенной групповой канонической непрерывной диагонали кинематических переменных этих уравнений;
- теоретико-множественного представления *оси Галуа, как свободной нормали к сфере* $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$.

Данная диагональ представляет их *равновесную (безразличную) динамику*.

Натуральные показатели m, n, l являются периодами эквивариантной монодромии аффинных переменных x, y, z, реализуемой следующими моделями:

- равновесием ротора в стабилизированном кардановом подвесе;
- сопровождающим аналитические волчки тетраэдром;
- классическим математическим маятником в вертикальном равновесии.

Экспериментальная визуализация такой монодромии демонстрируется обобщенным эффектом Джанибекова (см. [1], [3]).

Замечание (механический смысл гипотезы Била). В приведенном выше контексте гипотеза (Beal conjecture) о взаимной простоте чисел x, y, z в уравнении $x^m + y^n = z^l,\ \ m, n, l > 2$ имеет механическую интерпретацию неприводимости фазовой динамики аналитических волчков над $\mathbb{C}$-временем, канонически генерируемую универсальным сопровождающим аналитические волчки тетраэдром – каноническим фазово-неприводимым объектом.

18. Связь функций $L(s, E/\mathbb{Q})$ с эквивариантной схемой интегрируемости на коприсоединенных представлениях алгебр Ли и с эквивариантной алгебраической геометрией

Связь с интегрируемостью на коприсоединенных представлениях алгебр Ли. Каноническая фактор-групповая нетерова симметрия параллельного переноса в каноническом функциональном пространстве Лобачевского представляет канонические граничные условия для инерциальной вращательной динамики массивных волчков.

И принципиально важно, что она обладает структурой конечно-порожденной функциональной алгебры Ли, изоморфной коприсоединенному представлению минимального мероморфного расширения алгебры исключительной простой алгебры Ли e_8 (см. [3]).

Связь аналитических волчков с алгебраической геометрией. Свойство фазовой односвязности обуславливает прямую связь аналитических волчков с проективными поверхностями K3, отмеченную в [1].

Данное свойство можно интерпретировать как *равенство нулю канонического класса фазовых пространств аналитических волчков*, имеющих структуру функциональных проективных пространств (эквивариантных проективных многообразий).

Механическим смыслом нулевого канонического класса в данном случае оказывается условие, определяющее

- динамику тривиального волчка (эллипсоид инерции – шаровой: $A = B = C$; точка закрепления произвольна в нем);
- вертикальное равновесие классического математического маятника (с учетом симметрии по времени его фазовой динамики).

Фазовые потоки аналитических волчков имеют реализацию в виде аналитических (функциональных) поверхностей K3 (см. также [1]).

Такое представление выявляет канонический механический гироскопический смысл канонического функционального расширения K3-поверхностей.

19. Релятивистская геометрия и эквивариантная КАМ-теория, ассоциированная с функциями $exp\, L(s, E/\mathbb{Q})$ в прикладном контексте

Релятивистская евклидова геометрия функций $exp\, L(s, E/\mathbb{Q})$. Эта геометрическая модель индуцирует наглядную физическую интерпретацию эквивариантной функциональной арифметики в виде «аналитически релятивисткого» трехмерного шара в конфигурационном аффинном евклидовом трехмерии.

Универсальный релятивизм $3d$-шара означает его каноническую транзитивную $\mathbb{Z}_3$-градуированную фактор-групповую инвариантность по $mod\ \mathbb{Z}_2$: однородно-трансляционно-изотропную *би*инвариантность $3d$-шара (см. [3]).

Данная транзитивная групповая структура оказывается канонической фактор-групповой Галуа-связностью, корректно определенной только в конфигурационном евклидовом трехмерии.

Данная связность представляет каноническую аналитическую структуру на трехмерной сфере и геометрически реализуется каноническим односвязным аналитическим пространством Лобачевского.

Данное аналитическое функциональное пространство Лобачевского имеет модель в $3d$-шаре с эквивариантной адельной топологией. *Механическим смыслом этой топологии является абсолютная система отсчета для уравнений Эйлера-Пуассона*. Определение этой мероморфной адельной топологии, пропускаемой нерелятивистской классикой, см. в [3].

Данная шаровая модель является моделью универсального пространства односвязных изометрий канонического функционального пространства Лобачевского и имеет следующие реализации:

- является *канонической односвязной аналитизацией* классической модели Пуанкаре-Клейна плоскости Лобачевского в круге;
- представляется шаровым гравитационным монополем для случая $\mathbb{R}$-времени;
- представляется шаровым гравитационным диполем для случая $\mathbb{C}$-времени.

В этом релятивистском контексте:

- $L(s, E/\mathbb{Q})$-*функции* – нетеровы интегралы непрерывной (равновесной, адиабатической) динамики стандартного $3d$-шара (и уравнений Эйлера-Пуассона соответственно);
- $exp\, L(s, E/\mathbb{Q})$-*функции* – нетеровы интегралы инерциальной динамики стандартного $3d$-шара (уравнений Эйлера-Пуассона).

Эквивариантная КАМ-теория имеет квантовый статический физический смысл.

Функция $F(\vec{\gamma}, \vec{\omega}, s)$ является универсальным потенциалом для всех типов КАМ-препятствий к интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона (см. [1]) в виде типов хаотизации фазовой динамики волчка Эйлера, возникающих в случае ее аффинно аналитического (*не*эквивариантного) возмущения в соответствии с *теорией неинтегрируемости* В.В. Козлова (см. [5]):

- малых знаменателей;
- хаотизирующего расщепления сепаратрис фазовой динамики волчка Эйлера;
- рождения бесконечного числа невырожденных гиперболических решений;
- неконтролируемого ветвления в плоскости комплексного времени.

Эквивариантная КАМ-теория приобретает физический смысл динамики гравитационного монополя|диполя:

- «орбитой области значений отображения разрешения малых знаменателей инволюцией обратимости по времени исходных уравнений (не учитываемое в классическом рассмотрении) является гравитационное поле массивного шара (монополь над $\mathbb{R}$-временем)|массивных шаров (диполь над $\mathbb{C}$-временем), имеющее «механический» смысл канонической связности на пространстве угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона
- орбитой собственно указанного выше отображения разрешения малых знаменателей является инерциальная динамика аналитических волчков (когерентная конфигурационно-вращательно динамика; когерентная ансамблевая динамика фазовых состояний);
    - универсальная собственная частота инерциальной динамики аналитических волчков равна числу $2\pi/e^{281}$ (с очень высокой точностью, равным значению постоянной Планка, см. п. 29);
        - число $2\pi/e^{281}$ является генератором канонического прямолинейного потока на канонической бутылке Клейна (канонической групповой $3d$-бутылке Клейна) (см. [1],[3]);
        - число $2\pi/e^{281}$ имеет размерность энергии (см. [3])
    - рассмотрение аналитических волчков как равновесных статистистических ансамблей позволяет естественным образом интерпретировать *постоянную Планка как «универсальный аналитический малый знаменатель»*.

Приложения к орбитальной динамике спутников. Возможное приложение такой квантовой инерциальной динамики связано со специальной квантовой структурой собственной динамики гравитационных монополей и диполей.

Потенциально важный пример – контроль обеспечения безопасных режимов стыковки и расстыковки на околоземной орбите в режиме реального времени, поскольку ее локальная динамика может быть редуцирована к описанию уравнениями Эйлера-Пуассона (см. [2]).

Реальные примеры таких режимов можно увидеть на видео, выкладываемых NASA. Ссылку же на видео с нарушениями параметров квантовой инерциальности, приводящими к нештатным ситуациям, например, см. в [3].

20. Схема теории Галуа для уравнений Эйлера-Пуассона

В соответствии с центральным результатом монографии [1] и его дополняющей аргументацией в работах [3], [4] уравнения Эйлера-Пуассона обладают явным аналитическим общим решением. Ниже описывается соответствующая схема эквивариантной теории Галуа для этих уравнений, непосредственно дающая явный аналитический вид их общего и частных решений.

Такая схема имеет вид канонической схемы односвязной аналитической теории Галуа: она описывает общие односвязные аналитические автоморфизмы стандартной трехмерной сферы, канонические генерируемые общими односвязными аналитическими автоморфизмами правильного тетраэдра с выделенным центром в трехмерном евклидовом пространстве.

Это множество отображений соответствует механическому и геометрическому смыслу описания общего аналитического вращения трехмерных твердых тел вокруг неподвижной точки уравнениями Эйлера-Пуассона.

Данный тетраэдр имеет смысл правильного тетраэдра, сопровождающего вращающиеся волчки (как фазовые объекты), параметры которых удовлетворяют исходным дифференциальным уравнениям. Именно общая групповая фазовая монодромия сопровождающего тетраэдра и является орбитой группоидной симметрии Галуа уравнений Эйлера-Пуассона.

Нейтральный элемент этой симметрии представляет эквивариантные адели (см. [4]) и является абсолютной системой отсчета для описания их фазовой динамики – каноническим $\mathbb{Z}_2(t \to -t)$-инвариантным расширением классической системы отсчета с «единичным вертикальным вектором».

Такое глобальное спектральное описание аналитической динамики (описание посредством одной динамической карты в виде орбиты сопровождающего тетраэдра) *является эквивариантным проективным расширением* классического симплектического описания динамики исходных уравнений, осуществляемого относительно *главных осей аффинных эллипсоидов инерции* тяжелых волчков.

Геометрически это расширение реализует стандартную трехмерную сферу просто как глобальное многообразие с атласом из одной карты и эквивалентно *односвязному глобальному трехмерному пространству Лобачевского – каноническому функциональному пространству Лобачевского*.

Это проективное функциональное пространство имеет структуру канонического односвязного мероморфного расширения классического трехмерного пространства Лобачевского со структурой конечно-порожденного функционального CW-комплекса.

Аналитически же данное расширение имеет авторекурсивную функционально-арифметическую эквивариантную фактор-групповую структуру канонического *L-функционального экспоненциального отображения* (см. [3], [4]), представляющего односвязные аналитические изометрии (автоморфизмы) стандартного трехмерного пространства Лобачевского.

Эти автоморфизмы имеют глобальную (однокартную) плоскую геометрическую модель корректной экспоненты прямолинейного потока на канонической трехмерной бутылке Клейна (см. [1], [3], [4]).

Такая модель реализует наглядную и естественную модель фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона: это модель канонического аналитического качения (канонического $3d$ локсодромического, см. 2-й форзац книги [1]) геометрической точки по стандартной $3d$-сфере, представляющая каноническую $4d$-тригонометрию как ее глобальную координатизацию (см. [3]).

Данные модели и являются фундаментальной причиной появления арифметических L-функций в виде решений уравнений Эйлера-Пуассона как циклов канонической эквивариантной экспоненты – циклов $exp\,\zeta(s, E/\mathbb{Q})$ функциональной экспоненты $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$, представляющей их общее решение (см. [3]).

Счетность множества спектральных кривых (кривых $E/\mathbb{Q}$) соответствует итоговой «эквивариантной квантовой структуре» образа общей аналитической монодромии сопровождающего волчки тетраэдра.

Орбита этой монодромии представляет канонический групповой закон на универсальной эллиптической кривой над $\mathbb{Q}$, обладающий конечно порожденной авторекурсивной структурой.

Групповой закон на этой канонической универсальной спектральной кривой, в итоге, реализуется конечно-порожденной и автоколебательной гироскопической динамикой волчков, удовлетворяющих уравнениям Эйлера-Пуассона ([1], [3]) и их минимальными маятниковыми моделями – $Kl^3(\mathbb{C})$-моделью (*аналитической конической маятниковой моделью*) и $\Lambda^3(\mathbb{C})$-моделью (аналитической *сферо-конической-гиперболической маятниковой моделью*).

Также наглядным механическим смыслом такой дискретно-непрерывной структуры общего решения уравнений Эйлера-Пуассона является каноническое инерциальное вращение ротора в полностью стабилизированном кардановом подвесе (см. ([3]).

Такая динамическая интерпретация эквивалентна динамике гравитационного шарового диполя ([3]) – канонически двойственному представлению рассматриваемой односвязной твердотельной аналитической динамики.

Таким образом, точная разрешимость обыкновенных аналитических уравнений Эйлера-Пуассона воплощает механический смысл канонической односвязной аналитической теории Галуа – канонического односвязного функционального обобщения классической теории Галуа для алгебраических уравнений и ее версий (например, теории Пикара-Вессио) для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Эквивариантная теория Галуа для уравнений Эйлера-Пуассона также представляет каноническую некоммутативную версию теоремы Лиувилля-Арнольда для этих уравнений.

Данная теория представляет пространство аналитических автоморфизмов стандартной трехмерной сферы, реализующих фазовый поток $4d$-сферического маятника без действия внешнего поля (т.е. инерциального; геометрического маятника; Kl^3-маятника).

Фазовый поток данного маятника оказывается функциональным отображением прямолинейного потока на канонической групповой аффинно трехмерной бутылке Клейна Kl^3 (канонической функциональной бутылке Клейна), определяемой трансцендентным уравнением:

$$Kl^3 \coloneqq \{F(\vec{\gamma},\vec{\omega},s)=0\} \Leftrightarrow \{exp((s)^2-\gamma_1^2-\gamma_2^2-\gamma_3^2-\omega_1^2-\omega_2^2-\omega_3^2)=0\}.$$

Данное уравнение является уравнением канонического конуса в каноническом функциональном пространстве Лобачевского с метрикой $F(\vec{\gamma},\vec{\omega},s)$.

Это отображение фазового потока эквивалентно обратимому по времени фазовому потоку классического маятника в вертикальном равновесии и реализует каноническую производную двойственность «однородность-изотропность» для фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона (см. [4]).

«Элементарно-геометрически» такая двойственность, с точки зрения известной геометрической интерпретации классической теории Галуа, реализуется допустимыми геометрическими построениями с помощью четырехмерных циркуля и линейки в трехмерном евклидовом пространстве.

Трехмерная бутылка Клейна является канонической функциональной бутылкой Клейна и представляет орбитой канонического глобального изоморфизм (см. п.1):

$Kl^3 \coloneqq \{T\mathbb{S}^3 \cong N\mathbb{S}^3\}$,

При этом имеются следующие интрепретационные взаимосвязи с модулярной арифметикой:

- $Kl_*^3 \coloneqq pr_{T\mathbb{S}^3}\{T\mathbb{S}^3 \cong N\mathbb{S}^3\}$ – канонический групповой закон на универсальной модулярной эллптической кривой (для эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$;
- $Kl^{3,*} \coloneqq pr_{N\mathbb{S}^3}\{T\mathbb{S}^3 \cong N\mathbb{S}^3\}$ – канонический групповой закон на универсальной эллиптической кривой над$\mathbb{Q}$;
- Kl^3 – отображение канонической универсальной бимодулярной параметризации

  $\{X_{E/\mathbb{Q} \cup id\ E/\mathbb{Q}} \leftrightarrow E/\mathbb{Q} \cup id\ E/\mathbb{Q}\}$.

Фазовый поток *аналитического конического маятника* воплощает каноническую нормальную (глобально одностепенную) форму уравнений Эйлера-Пуассона: случаи классической интегрируемости представляют CW-комплекс аффинных карт на этом маятниковом отображении (см. [1], [3], [4]).

Орбита этого потока является отображением канонической самодвойственности канонического функционального пространства Лобачевского с метрикой $F(\vec{\gamma},\vec{\omega},s)$ (см. [1]), эквивариантно расширяющей трехмерное пространство Лобачевского, и представляет *модель размерной динамики* уравнений Эйлера-Пуассона (см. [3]).

Функция $F(\vec{\gamma},\vec{\omega},s)$ *оказывается метрикой фазового пространств уравнений Эйлера-Пуассона*. Она также имеет следующие важные интерпретации:

- метрика канонического аналитического пространства Минковского;
- четвертый интеграл уравнений Эйлера-Пуассона;
- потенциала канонического аналитического поля Хиггса (эквивариантного адиабатического потенциала).

21. Случай комплексного времени

Функциональное представление Галуа

$$Rep_{eq}(s)_{SO(3,\mathbb{C})} \coloneqq [Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)] \xrightarrow{\rho(s)} SO(3,\mathbb{C}),$$

где фактор-отображение рассматривается в обычном смысле факторизации группы по ее подгруппе,

является эквивариантным (согласованным с фазовым потоком уравнений Эйлера-Пуассона) функциональным расширением группы $SO(3,\mathbb{C})$ посредством

- монодромии *универсального сопровождающего аналитические волчки тетраэдра*;
- инволюции $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ обратимости по времени гамильтониана уравнений Эйлера-Пуассона: $Image\big(\rho(s)\big) \cong SO(3,\mathbb{C})/\mathbb{Z}_2(s \to -s)$;
- комплексифицированных преобразований Ковалевской, выполненных ею для ее случая интегрируемости с весьма специальными параметрами;
- прямолинейного потока с канонической функциональной фактор-группой структурой на канонической комплексной аффинно трехмерной бутылке Клейна (см. [1], [3]);
- оси Галуа (см. [1], [3]), реализующей орбиту отображения момента общего волчка;
- стэковой (в алгоритмическом смысле) нормировки.

Связь представления $Rep_{eq}(s)_{SO(3,\mathbb{C})}$ *с классической интегрируемостью*. Представление $Rep_{eq}(s)_{SO(3,\mathbb{C})}$, как отображение, является:

- эквивариантным генератором коммутатора векторных полей, классического интеграла энергии и геометрического интеграла уравнений Эйлера-Пуассона;
- непрерывным продолжением в $s=\infty$ коммутатора аффинных векторных полей классического интеграла энергии и геометрического интеграла уравнений Эйлера-Пуассона.

При этом, операции эквивариантного коммутирования соответствует (как ее аффинная проекция) фазовый поток линейного интеграла данных уравнений (см. [1], глава 1).

Поэтому коммутант $[Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)]$, как отображение, является каноническим непрерывным атласом на фазовом пространстве уравнений Эйлера-Пуассона:

- его аффинными картами являются генераторы коммутаторов векторных полей гамильтонианов и дополнительных интегралов *общих случаев интегрируемости* уравнений Эйлера-Пуассона;
- склейками данных карт являются генераторы векторных полей инвариантов частных случаев интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона.

22. Маятниковая интерпретация теории Галуа для уравнений Эйлера-Пуассона

Кинематика сопровождающего тетраэдра. Отображение $\rho(s)$ представляет множество непрерывных автоморфизмов группы $SO(3,\mathbb{C})$ со структурой глобального линейного (по отношению к операции эквивариантного коммутирования, см. п. 21) функционального пространства (т.е. линейного многообразия с атласом из одной карты – орбитой транзитивного действия $\rho(s)$), имеющего следующие реализации:

маятниковые реализации:

- фазовое пространство геометрического $4d$-сферического маятника над $\mathbb{C}$-временем ($Kl^3(\mathbb{C})$-маятника);
- фазовое пространство глобально аналитического математического маятника – $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантного классического математического маятника;

динамические реализации:

- фазовый поток $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-нормализованных уравнений Пуассона над $\mathbb{C}$-временем;
- фазовое пространство уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{C}$-временем;
- каноническое глобальное *авто*накрытие (отображение проективной самодвойственности) стандартного трехмерного пространства Лобачевского ($\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-накрытие);

геометрические реализации – канонические глобальные изоморфизмы:

- $T_*SO(3,\mathbb{C}) \cong T^*SO(3,\mathbb{C})$;
- $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- $id\ exp\ \mathbb{E}^4_O(\mathbb{C}) \Leftrightarrow \{T_*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})\} \Leftrightarrow \{T_*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C}) \xLeftrightarrow{id\ exp} T^*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})\}$ –
  - область определения канонической $4d$-экспоненты, представляющей самоподобие евклидова $4d$-пространства $\mathbb{E}^4(\mathbb{C})$ с выделенным центром O – модели симметризованного пространства-времени для уравнений Эйлера-Пуассона;
  - $id\ (exp\ \mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})) \cong Kl^3(\mathbb{C})$ – каноническая аффинно трехмерная бутылка Клейна (см. [1], [3], [4]).

23. Интерпретация теории Галуа для уравнений Эйлера-Пуассона в каноническом функциональном пространстве Лобачевского

Функциональное представление Галуа

$$Rep_{eq}(s)_{PSL(2,\mathbb{C})} \coloneqq [Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)] \xrightarrow{\rho(s)} PSL(2,\mathbb{C})$$

является каноническим односвязным функциональным расширением классического трехмерного пространства Лобачевского $\Lambda^3(\mathbb{C})$.

Имеется эквивалентность представлений: $Rep_{eq}(s)_{PSL(2,\mathbb{C})} \cong Rep_{eq}(s)_{SO(3,\mathbb{C})}$ в силу известного аффинного изоморфизма групп $SO(3,\mathbb{C}) \cong PSL(2,\mathbb{C})$ (см. [8]).

В соответствии с определениями и интерпретациями из [1]:

- $Image\big(\rho(s)\big) \cong \Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$ – стандартное трехмерное пространство Лобачевского $\Lambda^3(\mathbb{C})$ с канонической непрерывной топологией
    - полученной односвязным непрерывным присоединением к пространству $\Lambda^3(\mathbb{C})$ его абсолюта,
    - являющейся эквивариантной адельной топологией в PSL-описании, индуцированной отображением $\rho(s)$ (см. [4]),
    - являющейся канонической топологией нечетной части («верхней части») канонического («вертикального») равновесия фазового потока вертикального маятника/канонического аналитического маятника, см. [1], [3]);

  функциональное пространство $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$ имеет следующие интерпретации:
- пространство угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона;
- пространство импульсов s-обратимого классического математического маятника в вертикальном равновесии;
- канонический непрерывный поток больших *ко*кругов на глобальной *ко*сфере $N\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ - корректно определенном глобальном нормальном расслоении сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- группоид $PGL_2(A_{\mathbb{Q}(s)})$, где $A_{\mathbb{Q}(s)}$ – эквивариантные адели (канонические полярные координаты на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$) (см. также [1], [3], [4]), представляющий
    - орбиту канонического глобального *ко*расслоения Хопфа сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ – глобального нормального расслоения сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, рассмотренного как CW-комплекс,
    - равновесную (непрерывную) динамику ротора в полностью стабилизированном кардановом подвесе (см. [3]), где мероморфные адели $A_{\mathbb{Q}(s)}$ реализуют координатизацию карданова подвеса как геометрического CW-комплекса упорядоченных кинематических элементов:
      «точка закрепления ротора → ось ротора → кольца карданова подвеса ротора»;

- $Ker\big(\rho(s)\big) \cong \mathbb{S}^3_{C^0}(\mathbb{C})$ – стандартная сфера $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ с канонической непрерывной топологией (эквивариантной адельной топологией, индуцированной отображением $\rho(s)$ в SO-описании – топологией четной части («нижней части») канонического («вертикального») равновесия фазового потока вертикального маятника/канонического аналитического маятника), и также:
    - *корректное* конфигурационное пространство уравнений Эйлера-Пуассона,
    - конфигурационное пространство s-обратимого классического математического маятника в «нижнем» (четном) вертикальном равновесии,
    - канонический непрерывный поток больших кругов на глобальной сфере $T\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ – корректно определенном глобальном касательном расслоении сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
    - *«эквивариантный эллиптический КАМ-хаос»:* пространство эквивариантных невырожденных эллиптических движений, рождающихся в результате
      $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантного возмущения сепаратрисы волчка Эйлера;

- $Image\big(exp\,\rho(s)\big) \cong \Lambda^3_{C^{an}}(\mathbb{C})$ – стандартное трехмерное пространство Лобачевского с канонической аналитической топологией (эквивариантной адельной топологией в PSL-описании, индуцированной отображением $exp\,\rho(s)$, см. [1],[3])
    - *корректный* фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона (в PSL-описании),
    - фазовый поток $\Lambda^3(\mathbb{C})$-маятника (в PSL-описании),
    - *корректный* фазовый поток классического математического маятника в вертикальном равновесии (в PSL-описании),
    - канонический производный поток больших *ко*кругов на глобальной *ко*сфере $N\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- $Ker\big(exp\,\rho(s)\big) \cong Image\big(\rho(s)\big) \cong \Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$ имеет интерпретации:
    - орбита (в PSL-описании) канонической односвязной непрерывной склейки над полем $\mathbb{C}$ односвязных аффинных ветвей мероморфных тэта-квадратур Ковалевской,
    - универсальный гирационный эллипсоид для аналитических волчков;
    - *«эквивариантный гиперболический КАМ-хаос»*: пространство эквивариантных невырожденных гиперболических движений, рождающихся в результате $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантного возмущения сепаратрисы волчка Эйлера.

Вычисление в канонических аффинных координатах на глобальном (однокартном) упорядоченном изоморфизме $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, где сфера $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ реализована ее классическим расслоением Хопфа, дает:

$$\rho(s) = \zeta\big(1-s, \Delta_{12}(q)\big),$$

где

- s – каноническая аффинная координата на его базе – $2d$-сфере $\mathbb{S}^2(\mathbb{C})$;
- q – каноническая аффинная координата на
    - диаметре сферы $2d$-сферы $\mathbb{S}^2(\mathbb{C})$,
    - слое аналитического расслоения Хопфа $3d$-сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$,
    - орбите выделенной реберной медианы сопровождающего тетраэдра,
    - оси ротора полностью стабилизированного карданова подвеса.

В геометрическом контексте глобальной двойственности $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$
функция $\zeta(1-s, \Delta_{12}(q))$ представляет:

- каноническую метрику на функциональном пространстве $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C}[s|q])$;
- каноническую (натуральную) параметризацию канонического потока больших *ко*кругов на $3d$-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ (орбит корректно определенного глобального нормального расслоения сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ – см. [3], [4]);

В механическом контексте глобальной двойственности $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$
функция $\zeta(1-s, \Delta_{12}(q))$ представляет:

- гамильтониан вращательной динамики автоколебаний аналитического маятника;
- потенциальную энергию аналитического маятника.

24. Эквивариантная теория Галуа и кривые $E/\mathbb{Q}$

Односвязно непрерывно компактифицированные эллиптические кривые с рациональными коэффициентами (кривые $E/\mathbb{Q}$) своими нейтральными элементами $idE/\mathbb{Q}$ (кривые $E/\mathbb{Q} \cup idE/\mathbb{Q}$) имеют следующие функциональные реализации:

геометрические:

- подрешетки в канонической эквивариантной функциональной решетке – функциональном пространстве Лобачевского $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$ (циклы в функциональном многообразии $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$);
- типы орбит сопровождающего аналитические волчки тетраэдра $T^2_{\text{сопр}}$;

алгебраические:

- разрешимые (по Галуа) подстановки пространстве больших *ко*кругов на $3d$-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- нечетные подстановки производной группы Галуа (коммутанта) для группы $Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)$, изоморфной ее нормализованному коммутанту $[Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ (соответствующими четными подстановками являются компактифицированные индуцированным образом модулярные кривые, как известно, канонически параметризующие кривые $E/\mathbb{Q}$);

арифметические:

- орбита бимодулярной (биективной компактифицированной модулярной) параметризации $X_{E/\mathbb{Q}\cup id\ E/\mathbb{Q}} \leftrightarrow E/\mathbb{Q} \cup id\ E/\mathbb{Q}$, эквивалентной орбите непрерывной монодромии сопровождающего тетраэдра $T^2_{\text{сопр}}$; при этом:
    - компактифицированные модулярные кривые $X_{E/\mathbb{Q}\cup id\ E/\mathbb{Q}}$ – канонические собственные сечения орбиты касательного пространства к орбите сопровождающего тетраэдра $T^2_{\text{сопр}}$ (собственные сечения якобиана универсальной модулярной кривой);
    - $X_{E/\mathbb{Q}}$ – канонические аффинные карты на собственных сечениях орбиты касательного пространства к орбите сопровождающего тетраэдра $T^2_{\text{сопр}}$;
    - компактифицированные кривые $E/\mathbb{Q}$ – канонические собственные сечения орбиты *ко*касательного пространства к орбите тетраэдра $T^2_{\text{сопр}}$ (собственные сечения якобиана универсальной эллиптической кривой над $\mathbb{Q}$);
    - кривые $E/\mathbb{Q}$ – канонические аффинные карты на собственных сечениях орбиты *ко*касательного пространства к орбите тетраэдра $T^2_{\text{сопр}}$;

$[Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ –

- отображение канонической двойственности касательного и кокасательного пространств к орбите тетраэдра $T^2_{\text{сопр}}$;
- отображение канонической двойственности $\mathbb{S}^3_{C^0}(\mathbb{C}) \cong \Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$;
- каноническое отображение бимодулярной параметризации $X_{E/\mathbb{Q}\cup id\ E/\mathbb{Q}} \leftrightarrow E/\mathbb{Q} \cup id\ E/\mathbb{Q}$;
- отображение группового закона на универсальной эллиптической кривой над $\mathbb{Q}$;
- отображение группового закона на канонической функциональной эллиптической кривой;
- отображение канонической триангуляции (разностной схемы) фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона;

механические:

- угловые скорости аналитических волчков, описываемых уравнениями Эйлера-Пуассона;
- моды канонического (относительного, безразличного) равновесия $4d$-сферического маятника;
- моды нечетной части канонического равновесия обратимого по времени классического маятника (вертикального равновесия классического маятника, обратимого по времени).

Функция $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$, представляя каноническую (четную) параметризацию канонического потока больших *ко*кругов на $3d$-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ (нечетной параметризацией является «эквивариантно зеркально-симметричная» функция $\zeta(1-s, \Delta_{12}(q)))$, также:

- имеет смысл канонической параметризации универсальной модулярной эллиптической кривой $X_{E^{univ}/\mathbb{Q}}$ (ее определения и интерпретации см. [1], [3], [4]) – аналитическим представлением каноническим групповым законом на $X_{E^{univ}/\mathbb{Q}}$;
- является явной канонической модулярной параметризацией кривых $X_{E/\mathbb{Q}}$ (см. [1], [3], [4]);
- имеет вид L-функции универсальной модулярной эллиптической кривой $X_{E^{univ}/\mathbb{Q}}$:

$$\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) = L(s, X_{E^{univ}/\mathbb{Q}}).$$

В силу универсальности кривой $E^{univ}/\mathbb{Q}$ – канонической решетки в функциональном пространстве больших *ко*кругов на $3d$-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ (см. [1], [3], [4), неприводимые циклы отображения $\rho(s)$ имеют вид
$(\rho(s))_{CW} = (L(s, E^{univ}/\mathbb{Q}))_{CW} = L(s, E^{Cl}/\mathbb{Q})$,
где

- $(\rho(s))_{CW}$ – представление функционального отображения $\rho(s)$ в виде CW-комплекса;
- $L(s, E^{univ}/\mathbb{Q}) = \zeta\big(1-s, \Delta_{12}(q)\big)$;
- $E^{Cl}/\mathbb{Q}$ – эллиптические кривые из множества упорядоченных классов изогенности Cl всего (счетного) множества кривых $E/\mathbb{Q}$.

<u>Механические модели отображения $\boldsymbol{exp\, \rho(s)}$</u>. Отображение $exp\, \rho(s)$ представляет:

- фазовый поток $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-нормализованных уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{C}$-временем;
- фазовый поток уравнений Ковалевской над $\mathbb{C}$-временем;
- фазовый поток канонического аналитического конического маятника (геометрического $4d$-сферического маятника, Kl^3-маятника) над $\mathbb{C}$-временем;
- фазовый поток s-обратимого классического маятника в вертикальном равновесии над $\mathbb{C}$-временем;
- фазовый поток глобально $\mathbb{C}$-аналитического математического маятника.

<u>Модели отображения $\boldsymbol{exp\, \rho(s)}$ как геометрические экспоненциальные модели, ассоциированные с динамикой сопровождающего аналитические волчки тетраэдра.</u>

Отображение $exp\, \rho(s)$ представляет:

- каноническую односвязную аналитическую структуру (связность) на группе $SO(3, \mathbb{C})$
- канонические экспоненциальные отображения следующих односвязных производных глобальных изоморфизмов, реализующих самоподобие модельного пространства-времени для уравнений Эйлера-Пуассона (см. [3]):
    - $exp(T_*SO(3, \mathbb{C}) \cong T^*SO(3, \mathbb{C}))\ ) \Leftrightarrow exp\, SO(3, \mathbb{C})$,
    - $exp(T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})) \Leftrightarrow exp\, \mathbb{S}^3(\mathbb{C})$,
    - $exp(T_*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})) \Leftrightarrow exp\, \mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$,
- отображение *дифференциально-геометрической индикатрисной конструкции* для $4d$-пространства $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$ с индикатрисой в виде $3d$-сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$.

Вычисление в канонических аффинных координатах отображения односвязной экспоненты глобального изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ дает:

$$exp\, \rho(s) = exp\, \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big);$$

$$exp\ \rho(s) = exp\ \mathbb{S}^3(\mathbb{C}[s]) = exp\ \mathbb{E}_O^4(\mathbb{C}).$$

Отображение $exp\ \rho(s)$ изоморфно отображению канонической односвязной экспоненты – канонической функциональной экспоненте (см. [3], [4]), обозначаемой далее $exp_{global}(s)$.

Соответственно, неприводимые циклы отображения $exp\ \rho(s)$, *производного* по отношению к отображению $\rho(s)$, имеют вид, соответственно, *производных* L-функций кривых $E/\mathbb{Q}$, корректно реализуемых (в силу глобальности отображения $\rho(s)$) их экспонентами:

$$(exp\ \rho(s))_{CW} = exp\ L(s, E^{Cl}/\mathbb{Q}).$$

Вычисление в канонических аффинных координатах (совпадающими с кинематическими переменными $(\vec{\gamma}, \vec{\omega})$ уравнений Эйлера-Пуассона) на глобальном изоморфизме $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$), дает каноническую эквивариантную непрерывную экспоненту:

$$\rho(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s)) = F(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s)) = exp((s)^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2)$$

Механическим смыслом функции $F(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s))$ является корректный *гамильтониан тривиального волчка* (отсутствующий в классическом рассмотрении из-за неучета симметрии $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$).

Вычисление в канонических аффинных координатах $(\vec{\gamma}, \vec{\omega})$ экспоненты глобального упорядоченного изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$), дает каноническую эквивариантную производную (односвязную аналитическую) экспоненту:

$$exp\ \rho(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s)) = H(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s)) = |(\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)|^2$$

Функция $H(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s))$ имеет следующие интерпретации в *SO*-описании (в переменных $\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s)$):

- гамильтониан $Kl^3(\mathbb{C})$-маятника;
- гамильтониан классического математического маятника в вертикальном равновесии над $\mathbb{C}$-временем;
- гамильтониан канонического *сопровождающего аналитические волчки тетраэдра*;
- производящую функцию для канонического производного потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- потенциал канонической связности на корректно определенном глобальном нормальном расслоении сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- метрику в каноническом $\mathbb{C}$-аналитическом пространстве Лобачевского (см. [1]).

Функциональная экспоненциальная интерпретация отображений $\rho(s)$ и $exp\ \rho(s)$. Отображения $\rho(s)$ и $exp\ \rho(s)$ представляют аргумент и модуль канонической функциональной экспоненты $exp_{global}(s) = exp\ \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ изоморфную канонической односвязной непрерывной и аналитической компактификации соответственно классической экспоненты $exp\ z$ (см. [3], [4]).

В частности,

- функция $H(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s))$ представляет *модуль корректно определенной экспоненты* $exp_{global}(s)$ в переменных $\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s)$:
$$H(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s)) = |exp\ \rho(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s))|$$

- функция $F(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s))$ представляет аргумент канонической экспоненты $exp_{global}(s)$ в переменных $\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s)$:
$$F(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s)) = Arg\ exp\ \rho(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s)).$$

Механическая интерпретация функции $F(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s))$:

- общий интеграл уравнений Пуассона над $\mathbb{C}$-временем;
- потенциал поля угловых скоростей общего волчка в $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантном (обратимом) времени (общий волчок – это гравитационный диполь, см. [3], [4]);
- *гамильтониан тривиального волчка в обратимом времени;*
- кинетический момент тривиального волчка в обратимом времени;
- адиабатический (непрерывный) гамильтониан
    - $\Lambda^3(\mathbb{C})$-маятника,
    - уравнений Эйлера-Пуассона

Геометрическая интерпретация функции $F(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s))$:

- метрика на каноническом функциональном пространстве Лобачевского $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$ в SO-описании.

Механическая интерпретация функции $H(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s))$:

- общий интеграл уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{C}$-временем;
- кинетический момент общего волчка в обратимом $\mathbb{C}$-времени;
- гамильтониан
    - $\Lambda^3(\mathbb{C})$-маятника,
    - общего волчка;

Геометрическая интерпретация функции $H(\vec{\gamma}(s), \vec{\omega}(s))$:

- метрика в SO-описании на каноническом пространстве односвязных изометрий функционального пространства Лобачевского $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$,
- метрика в односвязном аналитическом пространстве Лобачевского $\Lambda^3_{C^{an}}(\mathbb{C})$.

25. Случай вещественного времени

Функциональное представление Галуа

$$[Gal\ \mathbb{Q}(t)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(t), Gal\ \mathbb{Q}(t)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(t)] \xrightarrow{\rho(t)} SO(3, \mathbb{R})$$

является эквивариантным функциональным расширением группы $SO(3, \mathbb{R})$ посредством

- универсальной монодромии универсального *сопровождающего аналитические волчки* *триэдра*;
- инволюции $\mathbb{Z}_2(t \to -t)$ обратимости по времени гамильтониана уравнений Эйлера-Пуассона: $Image(\rho(s)) \cong SO(3, \mathbb{R})/\mathbb{Z}_2(t \to -t)$;
- исходных преобразований Ковалевской, выполненных ею для ее случая интегрируемости
- прямолинейного потока на канонической групповой *вещественной* $3d$-бутылке Клейна (см. [1], [3])

- оси Галуа (см. [1]-[3]) – оси, проходящей через реберную медиану сопровождающего тетраэдра и реализующей орбиту отображения момента волчка Ковалевской

Динамика сопровождающего триэдра. Корректно определенное отображение $exp\,\rho(t)$ представляет

- производный канонический глобальный изоморфизм
  - $T_*SO(3,\mathbb{R}) \cong T^*SO(3,\mathbb{R})$,
  - $T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{R}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$,
  - $T_*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{R}) \overset{exp}{\Longleftrightarrow} T^*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{R}) \Leftrightarrow exp\,\mathbb{E}^4_O(\mathbb{R})$ – каноническая вещественная $4d$-экспонента, представляющая самоподобие модельного пространства-времени для уравнений Эйлера-Пуассона;
- фазовый поток Kl^3-маятника (геометрического $4d$-сферического маятника) над $\mathbb{R}$-временем;
- фазовый поток $\Lambda^3(\mathbb{R})$-маятника;
- фазовый поток глобально $\mathbb{R}$-аналитического математического маятника.

Динамическая интерпретация отображения $exp\,\rho(t)$: данное отображение представляет

- фазовый поток $\mathbb{Z}_2(t \to -t)$-нормализованных уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{R}$-временем;
- каноническую секущую слоения Лиувилля-Арнольда для фазовой динамики волчка Эйлера: это $\mathbb{Z}_2(t \to -t)$-эквивариантная композиция
  - горизонтального слоения (вдоль лиувиллевых торов),
  - соответствующего вертикального лиувиллева слоения;
- фазовый поток уравнений Ковалевской для волчка Ковалевской над $\mathbb{R}$-временем;
- орбиту гравитационной связности в рамках обобщенного эффекта Джанибекова (см. [1],[3]).

26. Физико-механический и динамический смысл непрерывного и аналитического функциональных пространств Лобачевского

Каноническое функциональное комплексное пространство Лобачевского $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$ имеет следующие интерпретации:

физико-механические:

- орбита адиабатической связности (адиабатического поля) шарового диполя;
- орбита глобального поля Хиггса (см. [1], [3]);
- орбита канонического эквивариантного непрерывного замыкания (пополнения) классической аффинной динамики;
- орбита канонической связности на пространстве угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона;

динамические:

- орбита канонической непрерывности связности на множестве малых знаменателей КАМ-теории для уравнений Эйлера-Пуассона («Анти-КАМ-связность», см. [1],[3], см. пп. 30, 31);
- орбита относительных равновесий обобщенного эффекта Джанибекова (см. [3]).

Пространство $\Lambda^3_{C^{an}}(\mathbb{C})$ имеет следующие интерпретации:

- орбита гравитационной связности шарового диполя;
- орбита канонической связности (момента силы гравитации) в обобщенном эффекте Джанибекова (см. [1], [3]).

динамические:

- орбита канонической аналитической связности на множестве малых знаменателей КАМ-теории для уравнений Эйлера-Пуассона;
- орбита угловой скорости в обобщенном эффекте Джанибекова (см. [3]) как аналитического CW-комплекса.

27. Случай Ковалевской как общий случай интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона над вещественным временем

Формулы общего и частных решений уравнений Эйлера-Пуассона без привязки к начальным условиям имеют вид соответственно (см. [1]):

- $exp\ \rho(t) = exp\ \zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)\right)$;
- $(exp\ \rho(t))_{CW} = exp\ \zeta(s, E^{Cl}/\mathbb{Q}) = exp\ \zeta(s, E/\mathbb{Q})$,

где $\zeta(s, E/\mathbb{Q})$ – дзета-функции кривых $E/\mathbb{Q}$.

Общие интегралы ($\mathbb{Z}_2(t \to -t)$-инвариантные/глобальные гамильтонианы) уравнений Пуассона и Эйлера-Пуассона в $SO(3)$-описании имеют вид, соответственно:

$$\rho(\vec{\gamma}, \vec{\omega}, t) = exp((t^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2);$$

$$exp\,\rho(t) = H_{Kow} = |(\omega_1 + i\omega_2)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2)|^2,$$

где H_{Kow}- интеграл, обнаруженный Ковалевской в ее случае интегрируемости.

Замечание 1. Случай Ковалевской, имеющий весьма специальные параметры тензора инерции ($A = B = 2C$) и точки закрепления (лежит произвольно в плоскости эллипсоида инерции), тем не менее, оказывается общим случаем интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{R}$-временем (см. [1]). Этот результат демонстрирует *сверхспециальную параметрическую природу интегрируемости* уравнений Эйлера-Пуассона, индуцированную их аналитической симметрией обратимости по времени. Эту фундаментальную симметрию можно охарактеризовать как «функционально-арифметическую суперсимметрию» исходных уравнений.

Результат об эквивалентности общего решения уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{R}$-временем и случая Ковалевской коррелирует, с оказавшимся фактически предсмертным, письмом С.В. Ковалевской к Эрмиту (см. [10]). В нем она выразила уверенность в том, что нашла общее решение уравнений Эйлера-Пуассона. К сожалению, соответствующие материалы не были обнаружены.

Замечание 2. Общее решение $exp\,\zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)\right)$ является образом мероморфного тета-функционального решения в абелевых функциях рода 2, вычисленного Ковалевской (см. [10]) при склейке знаков $\pm$ его ветвей отображением $\mathbb{Z}_2(t \to -t)$.

При этом, классическая риманова поверхность рода 2 для ветвей решения Ковалевской при ее компактификации инволюцией $\mathbb{Z}_2(t \to -t)$ переходит

- в орбиту общей монодромии (общего группового самосопряжения) сопровождающего тетраэдра над $\mathbb{R}$-временем;
- в односвязное аналитическое функциональное пространство Лобачевского $\Lambda^3_{an}(\mathbb{R})$.

Замечание 3. Тета-характеристики тета-функционального решения Ковалевской переходят в координатные характеристики сопровождающего тетраэдра и его трех реберных медиан, и соответственно, пространства $\Lambda^3_{an}(\mathbb{R})$.

Замечание 4. Случай комплексного времени, рассмотренный в п. 17, является канонической теорией возмущений для уравнений Эйлера-Пуассона над вещественным временем (см. [1]).

28. Спектральные характеристики $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника

Приведем ряд спектральных характеристик фазового потока $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника (эквивалентно – $\Lambda^3(\mathbb{C})$-маятника; PSL-описанию аналитического конического маятника над $\mathbb{C}$-временем; $Kl^3(\mathbb{C})$-маятника), представляющего каноническую динамическую модель общего аналитического возмущения фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{R}$-временем. Данные характеристики вычислены в работах [1], [3], [4].

Функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ и $L(s, E^{Cl}/\mathbb{Q})$ представляют соответственно:

- гамильтониан равновесной динамики колебаний $\vec{\omega}$-маятника над $\mathbb{C}$-временем;
- гамильтонианы мод адиабатической (непрерывной) динамики колебаний $\vec{\omega}$-маятника над $\mathbb{C}$-временем, соответствующих классам изогенности кривых $E/\mathbb{Q}$.

Функции $\zeta\left(\frac{1}{2}+it, \Delta_{12}(q)\right)$, $\{\zeta(s, E^{Cl}/\mathbb{Q}), \zeta(s, E/\mathbb{Q})\}$ представляют соответственно:

- гамильтониан адиабатической (непрерывной) динамики колебаний $\vec{\omega}$-маятника над $\mathbb{R}$-временем ($\vec{\omega}(\mathbb{R})$-маятника);
- гамильтонианы {классов мод и мод} адиабатической (непрерывной) динамики колебаний $\vec{\omega}(\mathbb{R})$-маятника:
  - пространство классов и собственно пространство частных/потректорных адиабатических (непрерывных) гамильтонианов $\vec{\omega}(\mathbb{R})$-маятника,
  - пространство канонических циклов и собственно пространство *ко*циклов пространства Лобачевского $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{R})$.

Функции $exp\ \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ и $exp\ L(s, E^{Cl}/\mathbb{Q})$ представляют соответственно:

- гамильтониан динамики колебаний $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника;
- гамильтонианы мод динамики колебаний $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника.

Функции $exp\ \zeta\left(\frac{1}{2}+it, \Delta_{12}(q)\right)$ и $exp\ \zeta(s, E^{Cl}/\mathbb{Q})$ представляют соответственно:

- гамильтониан динамики колебаний $\vec{\omega}(\mathbb{R})$-маятника;
- гамильтонианы мод адиабатической (непрерывной) динамики колебаний $\vec{\omega}$-маятника над $\mathbb{R}$-временем.

29. Амплитудно-частотные характеристики $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника

Упорядоченное *множество натуральных* чисел представляет (см. книгу [1], слайд на 3-м форзаце):

- множество конфигурационных периодов $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника;
- множество конфигурационных периодов канонического $\mathbb{C}$-аналитического маятника (q-маятника, см. [3]).

Упорядоченное *множество простых чисел* представляет (см. книгу [1], слайд на 3-м форзаце):

- множество фазовых периодов $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника;
- множество фазовых периодов канонического аналитического маятника (q-маятника).

Число решений диофантового уравнения $x^m + y^n = z^l,\ m, n, l \geq 2,$ (уравнения Била-Ферма) представляет:

- порядок относительного равновесия $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника «по модулю» инволюции $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ (порядок конфигурационно-фазового (($\vec{\gamma}(s) - \vec{\omega}(s)$-когерентного состояния);
- период нейтрального элемента отображения центральной симметрии трехмерной целочисленной евклидовой решетки с выделенным фактор-центром ее фундаментальной кубической области (см. п.2);
- ранг относительного равновесия $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника как инвариантного функционального пространства (как ранг функционального подпространства в каноническом функциональном пространстве $\Lambda^3_{\mathrm{C}^0}(\mathbb{C})$), равного рангу нейтрального элемента прямолинейного потока на трехмерной бутылке Клейна над $\mathbb{C}$ (см. [4], п. 43);

- случай $m = n = l \geq 2$ соответствует $\vec{\omega}(\mathbb{R})$-маятнику («полустабильному аналитическому маятнику») и влечет параметрическое вырождение: $m = n = l = 2$ (см. [4], п. 43).

Функции $x^m - z^l + y^n$, где натуральным числам m, n, l соответствует непустое множество решений диофантова уравнения $x^m + y^n = z^l$, представляют:

- нетеровы интегралы адиабатической (глобально непрерывной) динамики $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника;
- потенциалы параллельного переноса в пространстве $\Lambda^3_{\mathrm{C}^0}(\mathbb{C})$;
- гамильтонианы равновесной динамики *аналитического конического маятника*;
- нетеровы интегралы точек закрепления аналитических волчков.

Это происходит в силу динамической структуры маятниковой модели генерации натуральных и простых чисел как периодов $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника (инерциального 4*d*-сферического маятника, или $Kl^3(\mathbb{C})$-маятника, или $\Lambda^3(\mathbb{C})$-маятника):

- *упорядоченные натуральные числа – периоды переменных «угол» канонического равновесия* $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-*маятника;*
- *упорядоченные простые числа – периоды переменных «действие» канонического равновесия* $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-*маятника.*

Число 281 представляет (см. [3]):

- число степеней свободы $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника;
- период канонического (аффинно относительного) равновесия $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника;
- ранг алгебры $e_8(\mathbb{Q}(s))$;
- нейтральный элемент группового отображения $exp\ \rho(s)$;
- ранг непрерывного односвязного отображения центральной симметрии
    - евклидова пространства $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$,
    - сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- коэффициент канонической односвязной непрерывной гомотетии базового пространства-времени (классического (3*d*+1)-пространства Минковского).

Трансцендентное число e^{281} представляет (см. [3]):

- *потенциал рекурсивной генерации множества фазовых состояний аналитического маятника (в силу рекурсивной структуры определения числа e)*;
- *коэффициент канонической односвязной аналитической гомотетии базового пространства-времени* (*классического пространства Минковского*).

Трансцендентное число e^{281} также представляет (см. [4]):

- канонический период автоколебаний $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника;
- канонический период автоколебаний точки закрепления
    - общего аналитического волчка,
    - классического математического маятника над $\mathbb{C}$-временем;
- *число фазовых состояний фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона;*
- *число точек аналитического пространства Лобачевского* $\Lambda^3_{an}(\mathbb{C})$*;*
- ранг присоединенного представления алгебры $e_8(\mathbb{Q}(s)$;
- ранг аналитического односвязного отображения центральной симметрии
    - евклидова пространства $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$,
    - сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$.

Число $2\pi/e^{281}$(это число с очень большой точностью равно величине постоянной Планка, см. [11]) представляет:

- собственную частоту автоколебаний $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника;
- генератор скалярного описания присоединенного представления алгебры $e_8(\mathbb{Q}(s)$;
- генератор односвязного аналитического потока больших *ко*кругов на $4d$-сфере $\mathbb{S}^4(\mathbb{C})$;
- нульмерный слой канонического аналитического расслоения Хопфа сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- генератор аналитического односвязного скалярного представления экспоненциального отображения $exp\,\rho(s)$ – отображения канонической аналитической центральной симметрии
  - евклидова пространства $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$,
  - сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$.

Замечание. Числа 281, e^{281}, $2\pi/e^{281}$ изначально были введены и проинтерпретированы в контексте квантовой теории поля в [11].

Число 84 представляет (относительно выбранного единичного масштаба длины):

- величину фазы минимальной моды колебаний $\vec{\omega}(\mathbb{C})$-маятника;
- величину фазы минимальной моды автоколебаний классического маятника в вертикальном равновесии над $\mathbb{C}$-временем;
- величину модуля минимального комплексного цикла экспоненциального отображения $exp\,\rho(s)$;
- величину конфигурационного периода «минимального пробного гравитационного заряда» («закрученной гайки») в эффекте Джанибекова (см. [1]);
- коэффициент вращательной (ротационной) гомотетии («Хаббловской гомотетии») модельного пространства-времени для уравнений Эйлера-Пуассона относительно его выделенного центра *O* в евклидовом $4d$-мерии $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$ (см. [4]).

30. Каноническое функциональное $\mathbb{C}$-пространство Лобачевского как гравитонное расслоение: модельный гравитон – геометрическая точка его абсолюта

Каноническое непрерывное *ко*расслоение Хопфа $\mathbb{S}^{3,*}_{Hopf,C^0}$ трехмерной сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ реализует ее глобальное расслоение Хопфа, представляющее

- непрерывно продолженное в бесконечно удаленный слой классическое расслоение Хопфа сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- глобальное непрерывное нормальное расслоение $N\mathbb{S}^3$ сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ (см. [3]);
- *каноническое гравитонное расслоение* (см. ниже).

Имеется изоморфизм $\mathbb{S}^{3,*}_{Hopf,C^0} \cong \Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C}) \cong Isom_{C^0}(\Lambda^3(\mathbb{C}) \cup \text{абсолют } \Lambda^3(\mathbb{C}))$,

где $Isom_{C^0}(\Lambda^3(\mathbb{C}) \cup \text{абсолют } \Lambda^3(\mathbb{C}))$ – функциональное пространство односвязных непрерывных изометрий классического трехмерного пространства Лобачевского $\Lambda^3(\mathbb{C})$, компактифицированного своим абсолютом.

Слои $\mathbb{S}^{1,*}_{big,C^0} \cong \mathbb{C}P^1_{C^0,global}$ этого расслоения:

- корректно определенные большие *ко*круги на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- канонические орбиты канонической (бимодулярной) параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$;
- *собственные нуль-мерные сечения (точки) абсолюта функционального пространства Лобачевского* $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$

имеют смысл такой элементарной частицы как гравитон в силу формального совпадения их параметров с параметрами, определяющими гравитон (исходную конструкцию, ассоциированную с эффектом Джанибекова, см. в [1]), а именно:

- эйлерова характеристика слоя расслоения представляет величину канонической угловой скорости для уравнений Эйлера-Пуассона:

  - непрерывный $\mathbb{Z}_2(t \to -t)$-эквивариантный момент импульса (кинетический момент; спин) частицы:

$$\chi\left(\mathbb{S}^{1,*}_{big,C^0}(\mathbb{S}^{3,*}_{Hopf,an})\right) = \chi(\mathbb{C}P^1) = \chi(\mathbb{S}^2) = +2;$$

  - непрерывный кинетический момент математического маятника в вертикальном равновесии;
  - непрерывный кинетический момент канонического равновесия канонического аналитического маятника;

- эйлерова характеристика базы расслоения представляет «массу покоя» частицы и величину
  - ее $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-эквивариантного импульса:

$$\chi\left(id\ \mathbb{S}^{1,*}_{big,C^0}(\mathbb{S}^{3,*}_{Hopf}(\mathbb{C}))\right) = \chi(id(N\mathbb{S}^3(\mathbb{C}))) = \chi(\mathbb{S}^3(\mathbb{C})) = 0;$$

  - импульса s-обратимого математического маятника в вертикальном равновесии;
  - импульса канонического равновесия канонического аналитического маятника;

- эйлерова характеристика канонической связной аффинной карты на пространстве расслоения $\mathbb{S}^{3,*}_{Hopf,C^0}$ представляет аффинную скорость частицы в состоянии покоя и равна величине

  - ее $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-эквивариантной координаты:

  {скорость параллельного переноса в канонической аффинной карте функционального пространства Лобачевского $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$ – классическом пространстве Лобачевского $\Lambda^3(\mathbb{C})$}}

$$\Updownarrow$$

{скорость света в вакууме}

- канонической (абсолютной) координаты s-обратимого математического маятника в вертикальном равновесии;
- координаты канонического равновесия канонического аналитического маятника (относительной длине классического математического маятника как аналитической динамической системы).

Следствие 1. Модельный канонический гравитон $\mathbb{C}P^1_{C^0,global}$:

- является решением кинематических уравнений Пуассона в s-обратимом времени;
- представляет ось вращения гирационного эллипсоида для тривиального волчка ($A = B = C$; *точка закрепления произвольна в теле*);
- является каноническим генератором вращения тривиального волчка;
- является каноническим генератором поля угловых скоростей для уравнений Эйлера-Пуассона (канонического *односвязного глобально непрерывного* ковекторного поля);

модельный гравитон $\mathbb{C}P^1_{C^0,global}$ имеет интерпретации:

- *универсальный непрерывный «большой числитель»* (*непрерывный «анти малый знаменатель анти КАМ-теории» для уравнений Эйлера-Пуассона, см.* [1]);
- *канонический скалярно-значный генератор (квант) угловой скорости*
    - *тривиального волчка,*
    - *универсального гироскопа,*
    - *общего волчка* (*т.е. всего множества аналитических волчков*).

Следствие 2. Канонические функциональные пространства Лобачевского $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{R})$ и $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$ представляют (см. [3]):

- $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{R})$ – канонический гравитационный шаровой *монополь как конфигурационный объект*;
- $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$ – канонический гравитационный шаровой *диполь как конфигурационный объект.*

31. Производное гравитонное расслоение: модельный «темный» гравитон – канонический генератор изотропности физического пространства-времени со свободным центром

Каноническое аналитическое *ко*расслоение Хопфа $\mathbb{S}^{3,*}_{Hopf,an}$ трехмерной сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ реализует ее глобальное расслоение Хопфа, представляющее

- аналитически продолженное в бесконечно удаленный слой классическое расслоение Хопфа сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- глобальное производное непрерывное глобальное нормальное расслоение $N\mathbb{S}^3$ сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ (см. [3]);
- *каноническое производное гравитонное расслоение* (см. ниже).

Имеется изоморфизм $\mathbb{S}^{3,*}_{Hopf,an} \cong \Lambda^3_{an}(\mathbb{C}) \cong Isom_{an}(\Lambda^3(\mathbb{C}))$,

где $Isom_{an}(\Lambda^3(\mathbb{C}))$ – функциональное пространство односвязных *аналитических* (производных непрерывных) изометрий стандартного трехмерного пространства Лобачевского $\Lambda^3(\mathbb{C})$.

Слои $\mathbb{S}^{1,*}_{big,an} \cong exp(\mathbb{S}^{1,*}_{big,C^0}) \cong \mathbb{C}P^1_{C^{an}}$ этого расслоения:

- эквивариантно производные большие *ко*круги на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- эквивариантно производные собственные сечения абсолюта функционального пространства Лобачевского $\Lambda^3_{C^0}(\mathbb{C})$.

имеют смысл «массивных гравитонов» и их параметры могут быть исследованы.

Аналитические односвязные пространства Лобачевского $\Lambda^3_{an}(\mathbb{R})$ и $\Lambda^3_{an}(\mathbb{C})$ представляют динамические системы (см. также [3]):

- $\Lambda^3_{an}(\mathbb{R})$ – канонический гравитационный шаровой *монополь*;
- $\Lambda^3_{an}(\mathbb{C})$ – канонический гравитационный шаровой *диполь*.

Следствие 3. Каноническая эквивариантная аналитическая связность

- представляет канонический атлас на глобально аналитических слоях $\mathbb{S}^{1,*}_{big,an}(\mathbb{S}^{3,*}_{Hopf,an}) \cong \mathbb{C}P^1_{an}$ (это проективная прямая $\mathbb{C}P^1$ с канонической односвязной глобальной аналитической (производной глобальной непрерывной) топологией);
- реализуется *многозначной конечно порожденной* динамикой *обобщенной оси Галуа*, экспериментально визуализированной (в частном случае геометрии масс) в орбитальном эксперименте Джанибекова (см. [12], а также [1], [3], [4]).

Следствие 4. Модельный многозначный производный («темный», «массивный») гравитон $\mathbb{C}P^1_{an}$:

- является решением динамических уравнений Эйлера-Пуассона в s-обратимом времени;
- представляет ось (Галуа-фактор-группового) универсального (общего) гирационного эллипсоида для аналитических волчков;
- является каноническим генератором вращения общего эллипсоида инерции для уравнений Эйлера-Пуассона;
- является каноническим генератором поля кинетического момента для уравнений Эйлера-Пуассона (канонического *односвязного глобально аналитического* ковекторного поля);

производный гравитон $\mathbb{C}P^1_{an}$ имеет интерпретации:

- *универсальный аналитический «большой числитель»* (*аналитический «анти малый знаменатель анти КАМ-теории», см.* [1]) *для уравнений Эйлера-Пуассона*;
- *канонический скалярно-значный генератор (квант) кинетического момента*
    - *общего гирационного эллипсоида для общего волчка (общий волчок:* $A \neq B \neq C$; *точка закрепления произвольна в теле) – общего коэллипсоида инерции (корректно определяемого только для аффинной конфигурационной размерности, равной 3-м),*
    - *общего волчка (т.е. всех аналитических волчков)*;
- *универсальный темный (массивный) гравитон*;
- *универсальный «квант односвязной темной энергии» («безфотонной» энергии).*

ЛИТЕРАТУРА

[1] Абраров Д.Л. Точная разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона: дзета-функции и глобальная динамика. Москва, Научный мир, 2021, 614 с.

[2] Abrarov D.L. The Euler-Poisson equations integrability in the canonical Lobachevsky function space. Lobachevsky readings. Theses. Kazan, 1-4 of July, 2022; https://kpfu.ru/math/conference/mezhdunarodnaya-konferenciya-lobachevskie-chteniya/english-version/scientific-program

[3] Abrarov D.L. General solution $exp\,\zeta(s,\Delta_{12}(q))$ of the Euler-Poisson equations as the solution of the functional quaternionic q-pendulum and canonical functional exponent, Intellectual Archive, natural science, mathematics, 70 p.

[4] Abrarov D.L. General solution of the Euler-Poisson equations as the canonical functional exponent associated with the Riemann zeta-function in real-time context, Intellectual Archive, natural science, mathematics, 78 p.

[5] Козлов В.В. Качественные методы в динамике твердого тела. М.: Изд-во МГУ, 1980, 223 с.

[6] Wiles A. Modular elliptic curves and Fermat's last theorem// Ann. Math. (2). 1995, V.141. p. 443-551.

[7] Taylor R., Wiles A. Ring-theoretic properties of certain Hecke algebras// Ann. Math. (2). 1995, V.141. p. 551-613.

[8] Fulton W., Harris J. Representation theory: a first course. Graduate texts in mathematics, 1991,

551 p.

[9] Голубев В.В. Лекции по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки. М.: ГИТТЛ, 1953, 253 с.

[10] Ковалевская С.В. Задача о вращении твердого тела около неподвижной точки// С.В.Ковалевская. Научные работы. М.: Изд-во АН СССР, 1948, с. 153-220.

[11] Ryazantsev Y.V. The analytical Bekenstein limit and a new relations between fundamental constants. Presentation to the Third Symposium of the BRICS Association on Gravity, Astrophysics and Cosmology. Kazan, 2019.

[12] Adlaj S., Berestova S.A., Misura N.E., Mityushov E.A. Illustration of rigid body motion along a separatrix in the case of Euler-Poinsot//Computer tools in education, 2018, №2, p.5-13.