Canonical integrability of the Euler-Poisson equations on the canonical analytic Klein bottle: the context of gravity and real time

D.L. Abrarov
abrarov@yandex.ru

Annotation. This article contains a significant part of the mathematical and mechanical information about the exact solvability of the classical Euler-Poisson equations from [1], [5]-[7].

The statements given in the paper are a concentrated form of the corresponding statements from [1], [5]-[7] (given there with proofs) and in a certain part are simplified and refined.

The introduction of the canonical analytic Klein bottle as a canonical structure that linearizes the initial equations allows one to additionally obtain a visual interpretation of the generalized Dzhanibekov effect and the graviton as the maximum and minimum levels of the hierarchy of solutions to the Euler-Poisson equations and also gives a visual geometric model of the fundamental Galois symmetry of their phase flow.

The main goal of this work is to reflect the paradoxicality, but at the same time the naturalness and canonicity of the effect of exact solvability of the original strongly nonlinear and traditionally considered as unsolvable second-order ordinary differential equations.

***Keywords*:** *Euler-Poisson equations, exact solvability, canonical integrability, canonical analytic Klein bottle, accompanying tetrahedron, analytic Mityushov quaternion oscillatory equation, AntiKAM-theory, celestial-mechanical model, Kowalewskaya method, generalized Dzhanibekov effect, graviton, "analytic Klein bottle" real-time model, Galois axis.*

1. Каноническая интегрируемость уравнений Эйлера-Пуассона на канонической аналитической бутылке Клейна в маятниково-осцилляторном контексте

В монографии [1] приведено общее решение уравнений Эйлера-Пуассона и новый уровень аргументации его специального *L*-функционального вида, базовая аналитическая структура которого получена автором еще в 2007 г. ([2]).

Приведем его компактную форму с естественной геометрической и механической интерпретацией. Получаемое решение является канонической *аналитической* координатизацией группы $SO(3,\mathbb{C})$. Эта объемная поэтапная координатизация приведена в [1], гл. 10.

Существенная оптимизация и формулировки и доказывающего ее вычисления достигается посредством модельной реализации общего решения в виде *прямолинейного аналитического потока* на классической двумерной бутылке Клейна. Связь со структурой доказательства из [1] сохраняется: этот поток представляет *каноническое односвязное аналитическое продолжение* фазового потока на сепаратрисе фазовой динамики волчка Эйлера.

Получаемые формулы общего и частных решений уравнений Эйлера-Пуассона, в итоге, *представляют каноническую координатизацию прямолинейного аналитического потока на стандартной 2d-бутылке Клейна* (см. п.2).

Получаемые формулы отражают каноническую аффинно трехмерную фактор-групповую экспоненциальную структуру этого отображения: подобно тому, как тэта-функции классических решений координатизируют прямолинейные потоки на классических торах (абелевых многообразиях рода 1 и 2 над полем $\mathbb{C}$), возникающие специальные L-функции координатизируют прямолинейный аналитический поток на 2d-бутылке Клейна.

Эта геометрическая модель может быть проинтерпретирована как *эквивариантная теорема Лиувилля-Арнольда* для уравнений Эйлера-Пуассона.

С функционально-аналитической точки зрения формулы точного решения уравнений Эйлера-Пуассона реализуют канонические координаты на каноническом односвязном аналитическом времени (глобальном аналитическом времени), а *с физической точки зрения*, гипотетически (см. п. 7), – на реальном времени.

При этом рассмотрении, инволютивная симметрия обратимости по времени исходных уравнений является канонической аффинной картой на глобальном аналитическом времени (гипотетическом реальном времени).

Таким образом, получается следующий парадоксальный, но красивый результат качественного характера (отметим, что далее в этом параграфе принимается «нулевая нумерация» утверждений, как предваряющих утверждения с формулами точных решений в п. 2).

Теорема 0.0. Фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона *над* $\mathbb{C}(\mathbb{R})$-временем представляется *каноническим односвязным* <u>*аналитическим*</u> *геодезическим потоком на стандартной двумерной бутылке Клейна над* $\mathbb{C}(\mathbb{R})$.

Комментарий 1.0.0. Далее, как правило, рассматривается именно единая $\mathbb{C}(\mathbb{R})$-специализация для аффинного времени (или для области определения других структур). Иные случаи специализации времени контекстно оговариваются.

Комментарий 2.0.0. Вся сложность парадоксального соответствия «сложная динамика» ⟷ «простая геометрия» содержится в крайне нетривиальном условии «канонической аналитичности». Например, можно было бы, опуская подробности, сформулировать следующее правдоподобное утверждение (в духе «эквивариантной дзета-интерпретации» из [7]):

<u>*аналитический*</u> *геодезический поток на стандартной двумерной бутылке Клейна над* $\mathbb{C}(\mathbb{R})$ *(или, в итоге, - просто каноническая аналитическая бутылка Клейна, см. п.3) является канонической односвязной аналитической компактификацией аффинного топологического комплекса «критическая полоса дзета-функции Римана | ее критическая прямая».*

Парадоксальность «сложная динамика» ⟷ «простая геометрия» снимается следующим результатом, отражающим фундаментальную «аналитически твердотельную» суть уравнений Эйлера-Пуассона.

Теорема 0.1. Фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона представляется *каноническим аналитическим* потоком канонического сопровождающего аналитические волчки тетраэдра. Данное отображение представляет очень естественные структуры:

- *каноническую аналитическую самодвойственность правильного двумерного тетраэдра;*
- *каноническую аналитическую двойственность нижнего и верхнего равновесий классического математического маятника.*

Приведем *динамическую конформную* интерпретацию сформулированных утверждений.

Теорема 0.2. Геодезический поток на стандартной двумерной бутылке Клейна над $\mathbb{C}(\mathbb{R})$ имеет реализацию в виде гамильтонова фазового потока качения точки формальной массы 1 по стандартной 2d-бутылке Клейна над $\mathbb{C}(\mathbb{R})$ по инерции. При этом

- гамильтонианом этой системы является дополнительный интеграл случая Ковалевской над $\mathbb{C}(\mathbb{R})$ (см. п.5);

- канонический дифференциал этого потока имеет вид уравнений Ковалевской над $\mathbb{C}(\mathbb{R})$ над над $\mathbb{C}(\mathbb{R})$-временем (см. [1]).

Визуализация аналитической 2d-бутылки Клейна имеет красивый и парадоксальный механический смысл.

Теорема 0.3. Графиком теоретико-множественного представления аналитической 2d-бутылки Клейна является классический математический маятник, вертикально (параллельно силовым линиям классической гравитации) стоящий на своей точке подвеса.

Комментарий 1.0.3. Физически это равновесие реализуется в аффинно трехмерном конфигурационном пространстве: классический маятник (как аналитическая гамильтонова система) аффинно конфигурационно трехмерен, т.е., график таков: маятник стоит на плоскости в трехмерном евклидовом пространстве.

Комментарий 2.0.3. Несмотря на аффинную топологическую простоту, аналитическая 2d-бутылка Клейна как глобальное топологическое многообразие (с однокартным атласом, как тор) обладает крайне нетривиальной структурой (структурой пространства модулей кинетических моментов аналитических волчков), имея скрытые размерности (находящиеся в образе компактификации аффинной части «бутылки»).

С качественной точки зрения эти скрытые размерности соответствуют нетривиальной структуре «управления, поддерживающего маятник в вертикальном равновесии». А аналитическая 2d-бутылка Клейна как раз и представляет фазовый поток этого вертикального равновесия.

В частности, ее размерность как функционального топологического пространства (пространства модулей угловых скоростей аналитических волчков, или «пространства ориентаций» в удачной смысловой терминологии Е.А. Митюшова)

- над $\mathbb{R}$ равна 20,
- над $\mathbb{C}$ равна 281 (см. [6]).

Это числа степеней свободы классического математического маятника в вертикальном равновесии над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$-временем соответственно (или просто – канонического аналитического маятника, см. [6], [7]).

Комментарий 3.0.2. В этом контексте парадоксальным образом сложные («неинтегрируемые») уравнения Эйлера-Пуассона описывают «простейшую» классическую механическую гамильтонову систему – динамику вертикального равновесия математического маятника.

Связь со спектральной теорией интегрируемых систем описывается следующим утверждением.

Теорема 0.4. Канонический аналитический геодезический поток на стандартной двумерной бутылке Клейна аналитически изоморфен групповому закону на универсальной эллиптической кривой E_Q^{univ}с рациональными коэффициентами, представляющей пространство модулей кривых $E/\mathbb{Q}$, и имеющей смысл универсальной спектральной кривой уравнений Эйлера-Пуассона.

Комментарий 1.0.4. Механическим смыслом кривой E_Q^{univ} является фазовое пространство

- вертикального равновесия классического математического маятника;
- тривиального волчка (тензор инерции тривиален, точка закрепления произвольна).

Комментарий 2.0.4. Групповой закон на кривой E_Q^{univ} имеет геометрическую модель в виде канонической аналитической двумерной бутылки Клейна. Условие аффинной конфигурационной двумерности оказывается возможным опустить: «в силу теории Галуа» оно выполняется автоматически (см. п.3).

Комментарий 3.0.4. Групповой закон на кривой E_Q^{univ} имеет геометро-механическую модель в виде канонического центрального сечения универсального (общего) эллипсоида инерции (данный эллипсоид реализуется аналитическим шаром из теоремы 1, см. п.2).

Комментарий 4.0.4. Групповой закон на кривой E_Q^{univ} представляет *каноническую скобку Пуассона для уравнений Эйлера-Пуассона*, реализуя каноническую связность в их фазовом пространстве.

Комментарий 5.0.4. (см. [1]). Универсальная эллиптическая кривая E_Q^{univ} является канонической функциональной эллиптической кривой, изоморфной *канонической аналитизации* стандартной комплексной решетки $\mathbb{C}/\Gamma$,

- представляющей канонический аналитический прямолинейный поток на $\mathbb{C}/\Gamma$,
- имеющей функциональную операторно-значную структуру, задаваемую операторно-значным уравнением (см. [1])

$$y^2 = x(x - i_+)(x - i_\times)$$

где

- x, y – канонические координаты на $Im(\mathbb{C}/\Gamma)$ и $Re(\mathbb{C}/\Gamma)$ соответственно,
  i_+ – генератор
  - обратного аддитивного отождествления противоположных «вертикальных» сторон квадрата («аддитивного клейновского отождествления»),
  - аналитического аддитивного закона на решетке $\mathbb{C}/\Gamma$,
- $i_\times$ – генератор
  - «мультипликативного клейновского отождествления» квадрата,
  - аналитического мультипликативного закона на решетке $\mathbb{C}/\Gamma$,
- знаки в уравнении для E_Q^{univ} соответствуют канонической бигрупповой триангуляции прямолинейного потока на решетке $\mathbb{C}/\Gamma$; это выражение – «диагональное» представление выражения $y^2 = x(x - i_+)(x + i_\times)$ для E_Q^{univ} из [1];

Комментарий 6.0.4. (см. [1], гл. 5). Кривая E_Q^{univ} топологически изоморфна канонической чисто мнимой бутылке Клейна со сторонами базового фундаментального квадрата $i_+, i_\times$, то есть, является чисто мнимой двумерной решеткой; отождествления на этой решетке автоматически являются «неориентируемыми клейновскими» отождествлениями в силу соотношения $i^2 = -1$.

Комментарий 7.0.4. Канонический групповой закон на данной мнимой модели кривой E_Q^{univ} изоморфен канонической групповой диагонали аддитивного и мультипликативного законов с генераторами i_+ и $i_\times$); он является вещественно-значным и представляет, в соответствии с теоремой 0.0., фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона.

Связь с классическим кватернионным описанием твердотельной динамики реализуется следующим утверждением, представляющим «аналитизацию» утверждения, изначально полученного Е.А. Митюшовым (частная коммуникация), и далее адаптированным им с коллегами к приложениям кватернионов к орбитальной спутниковой кинематике (см. [3]).

На качественном геометрическом уровне «аналитизация» интерпретируется как «изотропизация» (каноническое изотропное расширение) базового конфигурационного пространства исходных уравнений.

С аналитической точки зрения «аналитизация» имеет смысл универсального эквивариантного возмущения исходного уравнения «эйлерова поворота» из [3] с кватернионной переменной.

Теорема 0.5. Канонический аналитический геодезический поток на стандартной двумерной бутылке Клейна удовлетворяет *аналитизированному* дифференциальному уравнению Митюшова

$$\ddot{q}_{an} + \frac{1}{k} q_{an} = 0,$$

где

- q_{an} – каноническая переменная на *аналитическом* прямолинейном потоке на стандартной двумерной бутылке Клейна;
- k – размерность базисов подпространств во всем пространстве канонических циклов этого отображения;
- случай $k = 4$ соответствует случаю «минимального подпространства»;
- смысл коэффициента $\frac{1}{k}$ и область значений параметра k указана в комментарии 3.0.5.

Комментарий 1.0.5. Переменная q_{an} и коэффициент $\frac{1}{k}$ имеют смысл канонической аналитизации кватернионной переменной «q» и коэффициента $\frac{1}{4}$ из [3] соответственно:

- переменная q_{an} является
    - канонической координатой на вертикальном равновесии классического маятника,
    - функциональной переменной, представляющей каноническую аналитическую параметризацию кватернионов:
- каноническая аффинная проекция переменной q_{an} является критической прямой в критической полосе для дзета-функции Римана;
- коэффициент $\frac{1}{4}$ имеет интерпретацию *коэффициента отображения аналитической гомотетии* (односвязной аналитической однородности)
    - базового пространства-времени для переменных исходных уравнений,
    - универсального сопровождающего аналитические волчки тетраэдра (односвязной компактификации критической полосы);
- коэффициент $\frac{1}{k}$ имеет интерпретацию *коэффициента* $(mod\ k)$*-класса аналитической изотропности* (односвязного аналитического центрально-подобного вращения)
    - базового пространства-времени для переменных исходных уравнений;
    - универсального сопровождающего аналитические волчки тетраэдра.

Комментарий 2.0.5. Мы предполагаем, что аналитизированное уравнение Митюшова представляет уравнение корректно определенного канонического $(mod\ k)$-класса аналитического самосопряжения в теле кватернионов (см. конструкцию кватернионного маятника из [6]).

Это отображение самосопряжения можно интерпретировать как эквивариантное аналитическое продолжение аффинного отображения вращения (отображения «эйлерова поворота» из [3]).

Комментарий 3.0.5. Коэффициент $\frac{1}{4}$ имеет смысл

- степени *аффинно аналитического отождествления* сторон базисного квадрата для классической 2d-бутылки Клейна и совпадает с числом его вершин;
- коэффициента *аффинно аналитической гомотетии* стандартной трехмерной сферы, лежащей в четырехмерном евклидовом пространстве с выделенным центром;
- степени отображения гомотетии нейтрального элемента групповой монодромии сопровождающего аналитические волчки тетраэдра.

Коэффициент $\frac{1}{k}$

- является степенью односвязной аналитизации этих отображений (их односвязного аналитического продолжения в формальную бесконечность формального времени $\mathbb{C}(\mathbb{R})$);
- в этом контексте (с учетом комментариев 2.0.2. и 1.0.4) универсальными (максимальными) значениями параметра k являются числа 20 и 281 (для случаев аффинного $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$ соответственно); при этом, k принимает только селектированные значения из указанных промежутков (задача их вычисления – отдельная задача).

Комментарий 4.0.5. Аналитизированное уравнение Митюшова является уравнением автоколебаний

- классического математического маятника в его вертикальном равновесии;

- универсального сопровождающего аналитические волчки тетраэдра относительно его выделенной реберной медианы.

Комментарий 5.0.5. Исходное уравнение Митюшова является уравнением *на большие круги* *на стандартной трехмерной сфере.*

Аналитизированное уравнение Митюшова является уравнением

- на *большие ко*круги *на стандартной трехмерной сфере*;
- *на образы больших кругов* на этой сфере при корректно определенном каноническом отображении *глобального* изоморфизма ее касательного и кокасательного пространства (см. [7]).

Комментарий 6.0.5. В канонических аффинных переменных на канонических циклах фундаментальной области (квадрата) 2d-бутылки Клейна уравнение аналитического геодезического (прямолинейного) потока на ней примет вид уравнений Ковалевской (см. [1], гл.5).

Следствие 1.0.5. Аналитизированное уравнение Митюшова

- представляет каноническую *конфигурационно одномерную осцилляторную форму уравнений Эйлера-Пуассона*;
- описывает скрытую самосопряженную операторную функциональную структуру фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона.

Следствие 2.0.5. Исходное уравнение Митюшова является уравнением внутреннего описания классического эффекта Джанибекова (см. п.5) - описания вдоль фазовых траекторий.

Аналитизированное уравнение Митюшова является уравнением внутреннего (потраекторного) описания обобщенного классического эффекта Джанибекова.

Следствие 3. 0.5. Общее решение уравнений Эйлера-Пуассона (см. п. 2) в силу их осцилляторной структуры представляет их каноническое квантование (см. также [6]).

В итоге, динамика аналитических волчков имеет структуру гироскопической динамики с фазовыми осцилляциями их точек закрепления и, соответственно, осей вращения (см. [5]-[7]).

Гипотеза. Запись аналитизированного уравнения Митюшова в канонических аффинных координатах дает хорошо известное «шестое» уравнение Пенлеве (уравнение *PVI*). Другими словами, уравнение *PVI* представляет каноническую аффинную запись дифференциальных уравнений автоколебаний классического маятника в вертикальном равновесии.

При этом,

- слагаемые функциональных коэффициентов уравнения *PVI* являются каноническими аффинными координатами
  - на канонической двойственности «нижнего» и «верхнего» равновесий маятника,
  - в критической полосе «эквивариантной дзета-функции Римана» – функции $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$, см. [7];
- спектральная кривая $y^2 = x(x - i_+)(x - i_\times)$ вертикального равновесия классического маятника
  - согласована с «классической» спектральной кривой $y^2 = x(x-1)(x-\lambda)$ для уравнения *PVI* (является ее эквивариантной компактификацией /эквивариантной аналитизацией/»эквивариантной изотропизацией»),
  - представляет пространство модулей особенностей (подвижных полюсов первого порядка) уравнения *PVI*,
  - имеет механический смысл оси вращения универсального аналитического волчка/гироскопа (см. п.2).

2. Формулы общего и частных решений уравнений Эйлера-Пуассона как канонические координаты на канонической аналитической бутылке Клейна

Теорема 1. Общее решение уравнений Эйлера-Пуассона, с учетом эквивариантных (обратимых по времени) начальных условий, представляет каноническое аналитическое вращение стандартного геометрического 3d-шара в системе отчета, связанной с сопровождающим аналитические волчки триэдром (из трех упорядоченных реберных медиан сопровождающего тетраэдра) в виде 3d-векторно-значной функции

$$\vec{M}(s|t, s_0|t_0) = exp\,(\zeta(s|t, \Delta_{12}(q))(\zeta(s|t, \Delta_{12}(q)) = 0\ (mod\ 3))),$$

где

- $s|t$ – каноническая аффинная координата
    - на 2d-диске – свободном центральном сечении 3d-шара (PGL_2-представление симметрии обратимости),
    - на сфере Пуассона (классическом конфигурационном многообразии): «телесный угол|дуга большого круга» ($SO(3)$-представление симметрии обратимости);
- q – каноническая аффинная координата на ориентированном топологическом CW-комплексе «диаметр диска → диск», представляющем центральное сечение 3d-шара;
- $s|q|t$ – канонические координаты на CW-комплексе $\mathbb{R}[t] \to H_+[q] \to \mathbb{C}[s]$, где H_+– верхняя полуплоскость комплексной плоскости $\mathbb{C}$;
- $\Delta_{12}(q)$ –
    - каноническая параболическая форма $\Delta_{12}(q)$ веса 12,
    - каноническая непрерывная аффинная координата на 3d-шаре;
- $\zeta(s|t, \Delta_{12}(q))$ –
    - дзета-функция канонической параболической формы $\Delta_{12}(q)$,
    - каноническая непрерывная координата на $3d$-шаре;
- $exp\,(\zeta(s|t, \Delta_{12}(q))$ – каноническая аналитическая координата на 3d-шаре;
- $(\zeta(s|t, \Delta_{12}(q)) = 0\ (mod\ 3))$ – канонические координаты на дуге вращения $3d$-шара вокруг его геометрического центра.

Выражение $\zeta(s|t, \Delta_{12}(q))(\zeta(s|t, \Delta_{12}(q)) = 0\ (mod\ 3))$ представляет упорядоченный 3d-вектор из указанных $(mod\ 3)$-упорядоченных нулей с общим функциональным коэффициентом $\zeta(s|t, \Delta_{12}(q))$.

Комментарий 1.1. Формулы общего решения представляют каноническую координатизацию *канонической аналитической самодвойственности классического тетраэдра в трехмерном евклидовом пространстве.*

Комментарий 1.2. Функция $\zeta(s|t, \Delta_{12}(q))$

- представляет потенциал *непрерывных отождествлений* на фундаментальной области комплексной решетки, соответствующих отождествлениям на квадрате, дающих стандартную бутылку Клейна;
- ее аргументы $s|q|t$ – канонические аффинные координаты на бутылке Клейна.

Соответственно, функция $exp\,\zeta(s|t, \Delta_{12}(q))$ представляет потенциал таких *аналитических отождествлений* в системе отсчета выделенного квадрата (фундаментальной области) на комплексной плоскости («плоскости комплексного времени»).

Комментарий 1.3. Общее L-функциональное решение уравнений Эйлера-Пуассона представляет канонический аналитический 3d-шар и имеет канонический следующий механический смысл:

- универсальный волчок – канонический аналитический волчок;

- универсальный гироскоп – канонический аналитический гироскоп.

Комментарий 1.4. Упорядоченные нули $(\zeta(s|t,\Delta_{12}(q)=0)(mod\,3))$ функции $\zeta(s|t,\Delta_{12}(q))$ являются

- каноническими периодами вращения универсального волчка/гироскопа;
- каноническими координатами на оси вращения универсального волчка/гироскопа;
- каноническими начальными условиями *общего непрерывного и общего аналитического* поворота 3d-сферы $\mathbb{S}^3((\mathbb{C}|\mathbb{R})(s|t))$;
- каноническими периодами канонического аналитического отображения качения стандартного геометрического 3d-шара по прямой $(\mathbb{C}|\mathbb{R})(s|t)$.

Комментарий 1.5. Первый нетривиальный ноль функции $\zeta(s|t,\Delta_{12}(q))$ представляет канонические координаты точки закрепления универсального волчка/гироскопа на оси его вращения (канонический центр канонического аналитического 3d-шара).

Первые три нетривиальных нуля функции $\zeta(s|t,\Delta_{12}(q))$ представляют канонические координаты на оси его вращения универсального волчка/гироскопа (канонический координатный конфигурационный флаг канонического аналитического 3d-шара).

Комментарий 1.6. В классическом рассмотрении данного решения с аналитическим шаровым эллипсоидом инерции не существует: уравнения Эйлера-Пуассона вырождаются при равных значениях компонент шарового тензора инерции (см. также п.3).

Комментарий 1.7. *Нешаровая* структура тензоров инерции классических интегрируемых волчков

- математически соответствует каноническим координатам на аффинных картах канонического атласа на аналитическом 3d-шаре – общем решении уравнений Эйлера-Пуассона;
- динамически соответствует динамике эллипсоидов инерции *в аффинном времени*;
- аналитически соответствует степени инцидентности компонент диагональных тензоров инерции, индуцированной аналитической инволюцией обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона.

Теорема 2. Частные решения уравнений Эйлера-Пуассона представляют собственные подкомплексы его общего решения, имеющего структуру функционального CW-комплекса, и являются каноническими циклами общего решения из теоремы 1:

$$(\vec{M}(s|t,s_0|t_0))_{CW} = exp\,L|\zeta(s|t,E/\mathbb{Q}))(L|\zeta(s|t,E/\mathbb{Q})=0)\ (mod\,3)),$$

где

- $(\vec{M}(s|t,s_0|t_0))_{CW}$ – корректно определенный функциональный CW-комплекс;
- $E/\mathbb{Q}$ – эллиптические кривые с рациональными коэффициентами;
- $\zeta(s|t,E/\mathbb{Q})$ – дзета-функции кривых $E/\mathbb{Q}$;
- $L(s|t,E/\mathbb{Q})$ – L-функции Хассе-Вейля кривых $E/\mathbb{Q}$;
- $L|\zeta$ – обозначение комплекса отображений, корректно определенного в силу точности (наличия нулевого ядра) отображений вложений $\zeta(s|t,E/\mathbb{Q}) \to L(s|t,E/\mathbb{Q})$ (детали см. в [1]).

Комментарий 1.2. Функции $L|\zeta(s|t,E/\mathbb{Q}))(L|\zeta(s|t,E/\mathbb{Q})=0)$ приобретают канонический механический/физический смысл: они представляют потенциалы

- типов равновесной динамики аналитических волчков/гироскопов;
- типов собственно волчков/гироскопов как механических/физических объектов.

Комментарий 2.2. Нули $(L|\zeta(s|t,E/\mathbb{Q})=0)$ функции $L|\zeta(s|t,E/\mathbb{Q})$ приобретают канонический механический/физический смысл: они представляют канонические координаты на осях вращения

- типов аналитических волчков;
- типов аналитических гироскопов.

Теорема 3. Формула общего решения уравнений Эйлера-Пуассона из теоремы 1 представляет потенциал

- фазового потока классического математического маятника в каноническом вертикальном равновесии;
- канонического прямолинейного потока на *канонической аналитической* 2d-бутылке Клейна,

где

  - q – каноническая аффинная координата
    - на каноническом нижнем равновесии классического маятника относительно верхнего равновесия,
    - на асимптотическом движении к вертикальному равновесию маятника,
    - на канонической ориентируемой карте полного атласа для аналитической 2d-бутылки Клейна,
  - s – каноническая аффинная координата
    - на каноническом верхнем равновесии классического маятника,
    - на двояко-асимптотическом движении к вертикальному равновесию маятника,
    - на теоретико-множественном представлении аналитической 2d-бутылки Клейна,
  - $\Delta_{12}(q)$ – каноническая *аффинная* координата
    - на каноническом вертикальном равновесии классического маятника,
    - на непрерывном двояко-асимптотическом движении к вертикальному равновесию маятника,
    - на непрерывной двояко-асимптотической динамике сепаратрисы волчка Эйлера,
    - на непрерывном прямолинейном потоке на аналитической 2d-бутылке Клейна,
  - $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ – каноническая координата
    - на свободном каноническом вертикальном равновесии классического маятника,
    - на каноническом непрерывном продолжении двояко-асимптотической динамики в гиперболические движения сепаратрисы волчка Эйлера,
    - на непрерывном прямолинейном потоке на аналитической 2d-бутылке Клейна,
    - на непрерывной 2d-бутылке Клейна,
  - $exp\, \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ – каноническая координата
    - на фазовом потоке классического маятника в свободном каноническом вертикальном равновесии,
    - на аналитическом прямолинейном потоке на аналитической 2d-бутылке Клейна,
    - на аналитической 2d-бутылке Клейна.

Формулы частных решений представляют потенциалы прямолинейного потока на циклах аналитической 2d-бутылки Клейна.

Комментарий 1.3. Теоретико-множественной реализацией аналитической 2d-бутылки Клейна является образ автоморфизма $\mathbb{F}_2(s|t) \to Gal\, \mathbb{F}_2(s|t)$, представляющий

- каноническое теоретико-множественное групповое отождествление вершин свободного квадрата – фундаментальной области канонической решетки на комплексной плоскости;
- канонические теоретико-множественные координаты на вертикальном равновесии классического маятника.

Комментарий 2.3. Функциональное поле $\mathbb{F}_2(s|t)$ является канонической областью определения действия *аналитической* инволютивной симметрии обратимости по времени для уравнений Эйлера-Пуассона.

Комментарий 3.3. Теоретико-множественное представление аналитической 2d-бутылки Клейна

- играет роль *канонического универсального эквивариантного тора Лиувилля-Арнольда* для уравнений Эйлера-Пуассона;
- имеет смысл канонической релятивистской классической 2d-бутылки Клейна.

Комментарий 4.3. В классическом рассмотрении сепаратриса классического (аффинного) фазового пространства волчка Эйлера является базовой структурой для установления *неинтегрируемости* уравнений Эйлера-Пуассона: она там «трансцендентно самопересекаясь расщепляется»,

- хаотизируя фазовое пространство волчка Эйлера при «малом» возмущении точки закрепления волчка Эйлера;
- блокируя наличие нетривиальных инвариантов для общих уравнений Эйлера-Пуассона (см. [4]).

В приводимой же здесь эквивариантной ситуации эффект «трансцендентного расщепления сепаратрис» Пуанкаре–Козлова (не выдерживающий симметрию аналитической обратимости по времени исходных уравнений) переходит

- в эффект Галуа-упорядоченного конечно-порожденного ветвления фазовых потоков полного набора интегрируемых случаев;
- в обобщенный эффект Джанибекова (теорема 7).

Комментарий 5.3. Формулы теорем 1, 2 выражают каноническую интегрируемость уравнений Эйлера-Пуассона, поскольку они представляют полное пространство точных решений данных уравнений. Множество точных решений, в силу теоремы 3, образует каноническое полное пространство линеаризующих замен времени для уравнений Эйлера-Пуассона.

Комментарий 6.3. Формулы теорем 1, 2 в соответствии с теоремой 3 представляют каноническую координатизацию канонической аналитической бутылки Клейна.

3. Интерпретации канонической аналитической бутылки Клейна

Аналитическая 2d-бутылка Клейна имеет следующие интерпретации:

механическая и физическая релятивистская интерпретация

- каноническая групповая диагональ фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона (она обладает канонической фактор-групповой Галуа-структурой);
- *орбита автоуправления классическим математическим маятником в вертикальном равновесии*;
- универсальная система отсчета для фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона (каноническая абсолютная эквивариантная система отсчета);
- пара колец стабилизированного карданова подвеса;
- *фазовый поток канонического универсального сопровождающего тетраэдра для множества аналитических волчков*;

теоретико-числовая интерпретация

- является орбитой эквивариантного закона взаимности – орбитой склейки знаков перед квадратурами классических решений уравнений Эйлера-Пуассона;

геометрическая интерпретация

- является генерирующим центральным сечением *группового аналитического* 3d-шара, моделирующего общее решение (см. теорему 1);
- как *групповое аналитическое* многообразие канонически определена только в конфигурационной размерности 2, поскольку
  - аналитическую структуру на нем представляет присоединенный групповой прямолинейный поток,
  - в двумерном случае генератором группового прямолинейного потока на бутылке Клейна является альтернативная группа $A_{n=5}$,
  - в случае конфигурационной размерности, большей 2, имеем $n > 5$ и поэтому генератор группового прямолинейного потока на нем не определен;
- групповой центр *канонической бигрупповой* 3d-бутылки Клейна:
  генератор групповой аналитической 2d-бутылки Клейна является генератором диагональной групповой структуры на 3d-бутылке Клейна с канонической *бигрупповой* (аддитивно-мультипликативной) структурой и с аффинной трехмерной фундаментальной областью (фундаментальным кубом, см. [1], гл. 7);
  - 3d-бутылка Клейна является *каноническим бигрупповым* $SO(3)$-представлением
    - канонической диагонали эквивариантного фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона
    - конфигурационным многообразием «тривиального волчка» как динамической системы,
    - стабилизированного ротора в стабилизированном кардановом подвесе,
  - аналитическая 2d-бутылка Клейна
    - является *каноническим групповым* PSL_2-представлением этих объектов,
    - имеет реализацию в виде канонической аналитической 2d-решетки (см. п.1);
    - обладает фундаментальной областью – фундаментальным квадратом, являющимся групповой диагональю в фундаментальном кубе – фундаментальной области 3d-бутылке Клейна;

теоретико-групповая интерпретация

- представляет теоретико-множественную модель функциональной аналитической группы Галуа $exp[Gal\ \mathbb{Q}(s|t), Gal\ \mathbb{Q}(s|t)]$, каноническими инвариантами (соответствующими следами) которой и оказываются точные решения из теорем 1,2 и при этом
  - групповая симметрия $Gal\ \mathbb{Q}(s|t)$ представляет
    - конфигурационное пространство аналитической 2d-бутылки Клейна, рассматриваемой как динамическая система,
    - канонический универсальный эквивариантный лиувиллев тор с прямолинейной обмоткой,
    - *групповое отображение градиента раскручивающейся архимедовой 2d-спирали* (см. [1]),
  - групповая симметрия $[Gal\ \mathbb{Q}(s|t), Gal\ \mathbb{Q}(s|t)]$ представляет
    - фазовое пространство аналитической 2d-бутылки Клейна, рассматриваемой как динамическая система,
    - *каноническую непрерывную* 2d-бутылку Клейна,
    - канонический универсальный эквивариантный лиувиллев блок для фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона,
    - *присоединенное отображение градиента раскручивающейся архимедовой 2d-спирали* (см. [1]),
  - инвариантами (следами) операторной симметрии $[Gal\ \mathbb{Q}(s|t), Gal\ \mathbb{Q}(s|t)]$ являются L-функции из теорем 1,2;

динамическая интерпретация

- представляет каноническое односвязное аналитическое разрешение особенностей сепаратрисы

    - волчка Эйлера,
    - классического математического маятника;
- является якобианом отображения фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона;

физическая и орбитальная интерпретация

- представляет фазовый поток гравитационного шарового диполя/монополя (монополя над аффинным временем $(\mathbb{C}|\mathbb{R})(s|t)$) ;
- представляет визуально наблюдаемый обобщенный эффект Джанибекова по периодической смене ориентации возмущенных искусственных спутниковых объектов в системе «Земля-Луна» (см. [1],[6]);

небесно-механическая интерпретация

общее решение уравнений Эйлера-Пуассона имеет канонический небесно-механический смысл: оно представляет *кватернионный аналог* сверхпарадоксальной модели Аксенова-Гребеникова-Демина гравитационного потенциала Земли как потенциала двух чисто мнимых масс m_1и m_2 (равных i), находящихся на чисто мнимом расстоянии ρ (равном i) (см. [9]);

данная модель реализует фазовый поток универсального $(\mathbb{C}|\mathbb{R})(s|t)$-аналитического волчка/гироскопа как шаровой гравитационный диполь/монополь в физическом пространстве-$(\mathbb{C}|\mathbb{R})$-времени:

- гравитирующий шарообразный диполь/монополь с выделенным *би*центром/центром физическом пространстве вращается вокруг нутирующей оси/общей $(\mathbb{C}|\mathbb{R})(s|t)$-оси
- *би*центр/центр шарообразного массивного диполя/монополя является аналитической *би*точкой/точкой закрепления универсального $(\mathbb{C}|\mathbb{R})(s|t)$-аналитического волчка/гироскопа (который «сам по себе как бы подвешен в пространстве-времени»).

Физически и математически парадоксальная связь «вращающиеся волчки – небесная механика» обьясняется тем, что $m_1(ijk)|m_1(i)$, $m_2(ijk)|m_2(i)$ и $\rho(ijk)|\rho(i)$, где i, j, k – генераторы мнимых кватернионов, являются каноническими генераторами канонического аналитического отображения качения стандартного геометрического $3d$-шара по прямой $(\mathbb{C}|\mathbb{R})(s|t)$, представляющего, в соответствии с теоремой 1, фазовый поток Эйлера-Пуассона.

4. Каноническая интегрируемость равнений Эйлера-Пуассона как АнтиКАМ-теория

Появление общего решения уравнений Эйлера-Пуассона крайне неожиданно с классической «*безразмерной* неинтегрируемо-хаотической КАМ-точки зрения» на аналитическую динамику твердого тела, доминирующей и в текущее время.

По нашему мнению, аргументированному в [1], КАМ-теория, как *безразмерная теория*, в приложении к сущностно *физически размерной* механике, к тому же еще и математически некорректная (*аналитически непродолженная в точки закрепления волчков*), дезориентирует новых исследователей и блокирует актуальные технологические приложения, прежде всего, в области теории управления сложными механическими системами.

В работах [4]-[6] приведены дополнительные интерпретационные фокусировки эффекта точной разрешимости классических уравнений Эйлера-Пуассона, демонстрирующие *диаметрально противоположную* (аргументированно названную АнтиКАМ в [1]) – качественно наглядную и *«конструктивную глобальную сложно детерминированную» структуру размерной динамики* исходных уравнений.

Классический хаос в возникающем глобальном описании аффинно аналитической динамики приобретает промежуточную роль аффинной области определения эквивариантной динамики.

Одновременно с этим, все основные КАМ-эффекты приобретают ровно противоположный смысл: например, ключевую роль имеет «резонансная динамика», а не «нерезонансная динамика».

В контексте АнтиКАМ-теории «малые КАМ-знаменатели» как раз, в противоположность их роли как препятствий к интегрируемости, становятся частью аффинной области определения канонической интегрируемости:

уравнения Эйлера-Пуассона канонически интегрируются именно «на пространстве модулей малых КАМ-знаменателей», имеющее геометрическую реализацию в виде непрерывной динамики универсального сопровождающего аналитические волчки тетраэдра.

В данной работе приводятся модификации основных утверждений о точной разрешимости Эйлера-Пуассона и его маятниковой интерпретации из этих работ, основанные на ключевой роли *классической двумерной бутылки Клейна* в эффекте точной разрешимости и сильно упрощающие конструкции «точной разрешимости».

Аналитический геодезический (прямолинейный) поток на ней, парадоксальным образом, собственно и оказывается фазовым потоком уравнений Эйлера-Пуассона.

Впрочем, парадоксальность снимается тем, что эта модель имеет вполне наглядный образ – динамику (фазовый поток)

- универсального сопровождающего аналитические волчки тетраэдра, представляющую *каноническую аналитическую самодвойственность классического тетраэдра в евклидовом трехмерии*;
- *производный фазовый поток тривиального волчка*, представляющий *каноническую односвязную аналитическую самодвойственность стандартной трехмерной сферы.*

Данная двойственность представляет симметрию обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона и, собственно, реализует суть корректной «аналитической функциональной фазовой твердотельности», или короче – *односвязной аналитической твердотельности* (а не «классической 3d-евклидовой»).

Наделенная естественной аналитической структурой прямолинейного потока *классическая двумерная бутылка Клейна* оказывается *канонической аналитической бутылкой Клейна*: в превышающих 2 конфигурационных размерностях аналитических бутылок Клейна не существует по причине Галуа-неразрешимости соответствующих инволютивных отождествлений, приводящей к *неаналитичности* их «неориентируемого геометрического» образа.

Ключевым техническим моментом является то, что *каноническая аналитическая бутылка Клейна является каноническим генератором инволютивной симметрии обратимости по времени* уравнений Эйлера-Пуассона, транзитивно и «компактифицирующе» действующей в их классическом фазовом пространстве $\mathbb{R}^6(\vec{\gamma},\vec{\omega})$ конфигурационных векторов $\vec{\gamma}$ и векторов угловой скорости $\vec{\omega}$.

Классическое рассмотрение, включая знаменитую теорему Лиувилля-Арнольда (скорее, Арнольда, см. [8]), традиционно используемую для уравнений Эйлера-Пуассона, просто пропускает эту «тривиальную» симметрию, становясь *неэквивариантным и механически бессмысленным (в частности, точки закрепления волчков – «тривиальные решения» – просто не входят в область определения этой классики)*.

Получаемая классикой информация остается эквивариантной только в части интегралов и физических параметров интегрируемых случаев, но не классических решений, нуждающихся в корректировке «на симметрию обратимости». Просто получение интегралов как раз с необходимостью сопряжено с учетом симметрии обратимости.

Каноническая аналитическая бутылка Клейна оказывается конформной геометрической моделью аналитической параметризации пространства модулей (классов эквивалентности) «малых КАМ-знаменателей» для уравнений Эйлера-Пуассона.

Собственно пространство эквивариантных «малых КАМ-знаменателей» имеет очень выразительный и парадоксальный механический смысл:

это тривиальный волчок (его тензор инерции – единичная матрица, точка закрепления – произвольная внутренняя точка), представляющий эквивариантное конфигурационное пространство уравнений Эйлера-Пуассона.

Соответственно, пространство модулей эквивариантных «малых КАМ-знаменателей» имеет смысл *фазового потока тривиального волчка*, представляющее эквивариантное фазовое пространство уравнений Эйлера-Пуассона.

Здесь важно подчеркнуть, что *в классическом рассмотрении тривиального волчка не существует* в контексте его естественной параметрической связи с другими волчками: например, тривиальное вырождение тензора инерции приводит к неопределенности типа «деления на ноль» в функциях, описывающих динамику волчка Эйлера (см. [10], с. 152).

То есть, в классике тривиальный волчок лежит на бесконечности и, соответственно, не входит в ее область определения, при этом «механически» существуя «де факто».

Поэтому уравнения Эйлера-Пуассона канонически интегрируются (и даже *автоинтегрируются*) посредством отображения симметрии их обратимости по формальному аффинному времени:

- «на собственном КАМ-хаосе» (аффинном атласе на аналитической бутылке Клейна); отображение интегрирования – односвязная аналитическая компактифицирующая стабилизация хаотической динамики, отображающая ее
    - в каноническую односвязную производную фазовую динамику тривиального волчка,
    - в каноническую инерциальную динамику ротора в стабилизированном кардановом подвесе;
- «на свободной точке закрепления тривиального волчка» (нейтральном элементе прямолинейного потока на аналитической бутылке Клейна);
  отображение интегрирования – односвязное аналитическое разрешение особенности в этой точке;
- на общем аналитическом сдвиге точки закрепления волчка Эйлера (этот сдвиг – генератор прямолинейного потока на аналитической бутылке Клейна);
  отображение интегрирования – односвязное аналитическое продолжение сепаратрисной динамики волчка Эйлера в ее особенности.

При этом, «аналитическая *неинтегрируемость* по Пуанкаре–Козлову» (см. [4]) оказывается «канонической аналитической *интегрируемостью*», явно описанной формулами из теорем 1,2, – результатом односвязного аналитического продолжения фазового потока волчка Эйлера в точку его закрепления.

Само понятие «неинтегрируемость» для аналитических уравнений Эйлера-Пуассона просто отсутствует в силу *аналитического <u>авто</u>продолжения* (*автоэкспонирования*) сепаратрисы волчка Эйлера в свои особенности (вероятно, как и для других аналитических систем дифференциальных уравнений, моделирующих физически размерные процессы, например, небесно-механические).

Такое *авто*продолжение является канонической специальной *резонансной самоорганизацией*, или *когерентностью* фазовых состояний исходных уравнений: аналитические волчки имеют *автоуправление*, представляемое гироскопическим характером их динамики.

Получение эффекта неинтегрируемости для уравнений Эйлера-Пуассона и индуцированных эффектов хаотизации является принципиальной и фундаментальной ошибкой классической теории возмущений и ее КАМ-модификации.

Эти «хаотизирующие» последствия КАМ-хаотизации представляются «парадигмально глобальными» и сильно недооценены (см.[1]): хаотизирующая динамика продолжает с пугающим ускорением поглощать «островки детерминизма» в гораздо более широком смысле, чем в гамильтоновой механике.

Эта ошибка индуцирована

- пропуском скрытого свойства *глобальной аналитичности* фазового потока (классический $(\varepsilon - \delta)$-анализ парализует попытки аналитического продолжения в особенности);
- потерей контроля за механическим смыслом

исходных уравнений при их рассмотрении «сквозь аффинную *неэквивариантную* призму слоений классических торов Лиувилля-Арнольда».

Гипотеза. Связь с классическим детерминированным хаосом возможно такова: циклами канонического генератора канонической аналитической бутылки Клейна – канонической непрерывной бутылки Клейна – являются неэквивалентные типы странных аттракторов, представляющих инвариантные множества со специальной функциональной адельной структурой см. [1]).

В этом контексте эквивариантные странные аттракторы представляют орбиты односвязного *непрерывного* продолжения сепаратрисной динамики волчка Эйлера в свои особенности.

Экспоненциальное отображение данного топологического генератора индуцирует самосопряжение (как в групповом, так и в функциональном смысле) циклов-аттракторов и дает аналитические волчки.

Общий вывод. Свойство аналитичности уравнений Эйлера-Пуассона обеспечивает их каноническую интегрируемость (точную разрешимость), являясь проявлением свойства аналитической самодвойственности (экспоненциальности) их фазового потока.

Конструктивная структура канонической интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона имеет интерпретацию *аналитической версии* теории деформации групповых законов на эллиптических кривых с рациональными коэффициентами (см. [1]) и является смысловой противоположностью КАМ-теории, т.е. терминологически – АнтиКАМ-теорией.

Конструктивное соотношение между КАМ и АнтиКАМ-теориями аналитически регулируется функциональным соотношением в виде эквивариантной коррекции известной формулы связи «тэта-дзета», отмеченным в [1].

Подчеркнем конструктивизм и высокий прикладной потенциал этой, проще говоря, эквивариантной теории возмущений, разные аспекты которых затронуты в [1], [4]-[6].

С точки зрения *реального отношения известных специалистов*, имеющих непосредственное отношение к приложениям, вполне уместно привести следующее, вполне корректно выраженное, мнение о виртуальности выводов КАМ-теории в ее разрекламированном отношении к устойчивости Солнечной системы (см. [11], с. 14).

"Одно из интересных новых направлений – это КАМ-теория, позволяющая построить точные (в смысле сходимости) решения регулярной по малому параметру гамильтоновой динамики "вопреки" негативному "воздействию" малых знаменателей на условия сходимости бесконечной цепочки канонических преобразований, дающих в пределе точные решения.

КАМ-теория дала возможность разрешить в строгой формулировке проблему устойчивости некоторой гипотетической планетной системы (точнее, ее конфигурации), что следует признать замечательным достижением современной математики.

К сожалению, к нашей Солнечной системе эти результаты пока неприменимы по той причине, что динамические параметры солнечной системым (прежде всего, <u>массы планет</u>) не удовлетворяют оценкам КАМ-теории" (курсив и подчеркивание – автора).

Отметим, что эта выдержка из предисловия к книге [9] датируется1999 годом: КАМ-теория в это время уже сформирована и продолжает интенсивное развитие. А такие, да и другие «мелочи» не останавливают ее и по сей день (см. [1], гл. 11).

5. Механический смысл общего решения уравнений Эйлера-Пуассона

Теорема 4. Функция $|(\omega_1 + i\omega_2)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2)|^2$ представляет

- канонический аналитический гамильтониан уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{R}$-временем, где $((\gamma_1, \gamma_2), (\omega_1, \omega_2))$ – упорядоченное подмножество во множестве стандартных упорядоченных кинематических переменных $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3), (\omega_1, \omega_2, \omega_3))$ для этих уравнений;
- гамильтониан
  - геодезического потока на аналитической бутылке Клейна над $\mathbb{R}$, где упорядоченный набор $(\gamma_1, \gamma_2), (\omega_1, \omega_2)$ имеет реализацию упорядоченной части канонических координат на канонических циклах прямолинейного потока на ней,
  - качения точки формальной массы 1 по аналитической бутылке Клейна над $\mathbb{R}$
- гамильтониан универсального сопровождающего тетраэдра $\mathbb{R}$-аналитические волчки;
- дополнительный интеграл случая Ковалевской (см. [12]).

Функция $|(\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)|^2$, где

- $(i, j)|i^2 = -1, j^2 = -1$ – независимые мнимые единицы; они имеют смысл канонических циклов аналитической бутылки Клейна (см. п.1);
  1 – канонический диагональный цикл аналитической бутылки Клейна
- $\{1, i, j\}$ – упорядоченные
  - генераторы качения точки формальной массы 1 по аналитической бутылке Клейна над $\mathbb{C}$,
  - реберные медианы сопровождающего $\mathbb{C}$-аналитические волчки триэдра,

представляет:

- абсолютную величину кинетического момента
  - сопровождающего триэдра (из реберных медиан сопровождающего тетраэдра),
  - стандартного геометрического $3d$-шара в системе отчета, связанной с сопровождающим аналитические волчки триэдром;
- канонический аналитический гамильтониан уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{C}$-временем гамильтониан/потенциал
  - геодезического потока на аналитической бутылке Клейна над $\mathbb{C}$, где упорядоченный набор $((\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3), (\omega_1, \omega_2, \omega_3))$ имеет реализацию канонических координат на канонических циклах прямолинейного потока на ней,
  - качения точки формальной массы 1 по аналитической бутылке Клейна над $\mathbb{C}$;
- гамильтониан универсального сопровождающего $\mathbb{C}$-аналитические волчки тетраэдра;
- каноническую аналитическую комплексификацию дополнительного интеграла случая Ковалевской.

Теорема 5. Уравнения Ковалевской представляют каноническую форму уравнений Эйлера-Пуассона в классе дифференциальных уравнений первого порядка**:**

- метод Ковалевской ([13])
  - представляет аффинное вложение комплексного (вещественного времени) в $\mathbb{C}(\mathbb{R})$-аналитическую бутылку Клейна – якобиан фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона;
  - имеет алгебраическую структуру Галуа-отображения «единой глобальной линеаризации»

$$s|t \to [Gal\ \mathbb{Q}(s|t), Gal\ \mathbb{Q}(s|t)];$$

- уравнения Ковалевской являются каноническим дифференциалом аналитической бутылки Клейна над $\mathbb{C}$ (над $\mathbb{R}$).

Комментарий 1.5. Волчок Ковалевской над $\mathbb{C}(\mathbb{R})$-временем является

- *универсальным (общим)* $\mathbb{C}(\mathbb{R})$-*аналитическим волчком в* $SO(3)$-представлении симметрии обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона;
- *универсальным (общим) аналитическим гироскопом в* PGL_2-представлении симметрии обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона.

Комментарий 2.5. Каноническая нормальная форма уравнений Эйлера-Пуассона *имеет механический смысл гироскопического представления их динамики*: волчок Ковалевской представляет

- орбиту общего аналитического вращения в трехмерном евклидовом пространстве;
- канонический аналитический гироскоп.

Теорема 6. Фазовые потоки случаев интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{C}(\mathbb{R})$-временем (общих и частных) представляют полный набор упорядоченных (по рангу) канонических циклов аналитической бутылки Клейна над $\mathbb{C}(\mathbb{R})$.

Так называемым «общим случаям интегрируемости» соответствуют циклы старшего ранга – это собственно 3 цикла собственной аналитической симметрии классической двумерной бутылки Клейна. Данные функциональные циклы в точности соответствуют случая Ковалевской, Эйлера и Лагранжа.

Автоморфизму диагонального цикла классической бутылки Клейна соответствует тривиальный случай (тривиальный волчок: все моменты инерции равны, точка закрепления произвольна в теле).

6. Обобщенный эффект Джанибекова и гравитон как общее и тривиальное (суперсингулярное) решения уравнений Эйлера-Пуассона

Механическим смыслом общего решения уравнений Эйлера-Пуассона является нетривиальная глобальная $\mathbb{Z}_2$-градуированная (автоколебательная; «вращательно-конфигурационно колебательная»; «спиново-конфигурационная») *гироскопическая* динамика волчков, имеющая экспериментальные визуализации (вынужденные и невынужденные): обычный и обобщенный орбитальный эффект Джанибекова, см., например, ссылку на случай сложной кувырковой динамики МКС, визуализированной NASA:

https://zen.yandex.ru/media/scikit/mlm-nauka-kak-pokazatel-problem-v-rossiiskoi-kosmicheskoi-otrasli-6107c4e5906df03da9685bda?&

Теорема 7. Фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона с канонически аналитическим гамильтонианом $|(\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)|^2$ представляет аналитическую математическую модель обобщенного эффекта Джанибекова в форме канонического аналитического самосопряжения кватернионов.

Данный гамильтониан является гамильтонианом аналитизированных уравнений Митюшова (см. п.1, теорема) и представляет потенциал канонического аналитического самосопряжения кватернионов.

Комментарий 1.7. Модель обобщенного эффекта Джанибекова также имеет реализации:

- канонических колебаний канонического аналитического маятника (см.[5], [6], [7]);
- канонических колебаний векторов угловой скорости $\vec{\omega}$ (канонический спиновый маятник; см. [1]);

- автоколебаний гравитационного поля в системе «Земля-Луна» (см. [1], [6]).

Для *неголономного описания* динамики обобщенного эффекта Джанибекова (см. п. 7), соответствующего его «орбитальной реализации» (исходной экспериментальной реализации), имеется следующее соответствие с эквивариантными (аналитическими) углами Эйлера:

- 1 – генератор равномерного прямолинейного движения (генератор эквивариантной нутации θ_{an})
- i – генератор $(\vec{\omega} - \vec{\gamma})$-кувырковой динамики (генератор эквивариантной динамики угла прецессии ψ_{an});
- j – генератор $(\vec{\gamma} - \vec{\omega})$-кувырковой динамики (генератор эквивариантного собственного вращения φ_{an})

  «универсальной/обобщенной гайки Джанибекова».

Далее приводится аргументация той идеи, что гравитон (в смысле его классического определения) является минимальным (максимально вырожденным) решением уравнения Эйлера-Пуассона.

Следствие 1.7. Гравитон является

- тривиальным решением уравнений Эйлера-Пуассона – нейтральным элементом канонической групповой симметрии фазового пространства:

$$\{\text{гравитон}\} \Leftrightarrow id[Gal\ \mathbb{Q}(s|t), Gal\ \mathbb{Q}(s|t)],$$

где аргумент $s|t$ соответствует «динамической дипольной структуре» симметрии $[Gal\ \mathbb{Q}(s|t), Gal\ \mathbb{Q}(s|t)]$, см. [6];

- каноническим вычетом в канонической особой точке *канонического группового непрерывного отображения инверсии* $\vec{r} \to (\vec{r})^{-1}$ в 3d-евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\vec{r})$ относительно единичной 2d-сферы;
- тривиальным тетраэдральным аналитическим вычетом (см. [1], гл.9);

  данный вычет имеет 3d-векторно-значную структуру канонического генератора указанного выше отображения инверсии.

Следствие 2.7. *Геометрический смысл гравитона:*

гравитон –

- *свободная геометрическая точка в трехмерном евклидовом пространстве с канонической аналитической структурой (канонической однородно-изотропной структурой)*;
- *свободная геометрическая точка на канонической аналитической бутылке Клейна (орбите канонической односвязной аналитической двойственности «однородность* $\longleftrightarrow$ *изотропность» в трехмерном евклидовом пространстве)*,

а также:

- выделенная реберная медиана канонического сопровождающего аналитические волчки тетраэдра («жесткое» струнное представление)
- выделенная точка в (3d+1)-пространстве-времени Минковского
  - с канонической аналитической структурой,
  - с канонической изотропной структурой

  (частице-подобное представление).

Гипотеза: гравитон – генератор канонической теоретико-множественной связности на пространстве фазовых состояний всего множества (категории) аналитических динамических систем.

Следствие 1 гипотезы. В контексте этой гипотезы *кинематические уравнения Пуассона «интегрируются на гравитоне».*

Следствие 2 гипотезы («Аналитическая физика»). Имеет место «аналитический закон Всемирного тяготения», а точнее – «универсальный закон относительного движения односвязных массивных тел»:

относительная динамика любого числа односвязных массивных тел в трехмерном евклидовом пространстве является аналитической; требование аналитичности является необходимым и достаточным.

Свойство *аналитичности* является *канонческим для всего множества классов гладкости* и нетривиально: данная относительная динамика представляет корректно определяемое *каноническое аналитическое продолжение классического закона притяжения Ньютона в особенности соответствующего гамильтониана*.

Другими словами, *классический закон Ньютона является аффинной специализацией его собственной канонической аналитизации*, *имеющей*

- *глобальную геометрическую структуру связности на каноническом отображении итерирования канонической аналитической бутылки Клейна*;
- *глобальную алгоритмически конструктивную L-функциональную аналитическую структуру.*

Комментарий 1 к «Аналитической физике». Отображение аналитического продолжения из Следствия 2 гипотезы («Аналитическая Физика»)

- имеет в качестве области определения «каноническую центрированную комплексную решетку» с каноническим упорядочением ее центров; ее наглядным евклидовым представлением является классическая плоская архимедова спираль с канонической групповой структурой;
- *существует только в аффинной конфигурационной размерности 3*;
- в образе имеет соответствующие вычеты: параметры массы, спина и относительного расстояния;
- имеет гамильтониан в конструктивной *L*-функциональной форме, индуктивно обобщающей структуру функций из теорем 1,2;
- является размерной динамикой, гипотетически в реальном времени (см. п.7).

Комментарий 2 к «Аналитической физике». Классический гамильтониан и общее решение ньютоновой задачи *n*-тел

является функциональной аффинной картой на своем *канонически определяемом* аналитическом продолжении, имеющем *глобально аналитическую* итерированную индуктивную структуру по «*n*» («*n*»-итерированную каноническую аналитическую бутылку Клейна), где случаю «*n*=1» соответствуют уравнения Эйлера-Пуассона («*n*=1»-итерированную каноническую аналитическую бутылку Клейна).

При этом

- данное отображение аналитического продолжения в силу своей итерированной структуры будет корректно определено только для специальных («аналитически Галуа-разрешимых») значений числа «*n*»;
- аналитически гравитирующие тела обладают собственным вращением, специальными значеними массам и функций относительных расстояний.

Следствие 3.7. *Механический смысл гравитона* эквивалентен *смыслу точки закрепления «каноническоо универсального волчка»* (как частицы) и вертикальному равновесию классического маятника (как волны):

- *точка закрепления универсального аналитического волчка:*
    - *тривиальное решение кинематических уравнений Пуассона над* $\mathbb{C}$-временем,
    - *каноническое граничное условие уравнений Эйлера-Пуассона*;
- *нейтральный элемент групповой глобально непрерывной сепаратрисной динамики волчка Эйлера*;
- *классический маятник в вертикальном равновесии (собственно канонический аналитический маятник как множество)*:
- точка закрепления общего волчка имеет параметры гравитона:

    - *нулевая масса*:
        - масса геометрической точки в аналитическом евклидовом 3d-пространстве,
        - масса абсолютной инерциальной/неподвижной/ точки,
        - масса точки закрепления универсального волчка,
        - масса фотона

$$\{\text{масса гравитона}\} \Leftrightarrow Trace(id[Gal\ \mathbb{Q}(s|t), Gal\ \mathbb{Q}(s|t)]) = 0,$$

    - *скорость – скорость света*:
        - *абсолютная скорость точки закрепления универсального волчка* (в силу СТО Эйнштейна точка закрепления свободна в пространстве-времени «по модулю скорости света»),
        - *абсолютная скорость классического маятника в вертикальном равновесии* (в силу СТО Эйнштейна концевые точки этого маятника располагаются в пространстве-времени «по модулю скорости света»),
        - *скорость фотона*

$$\{\text{скорость гравитона}\} \Leftrightarrow Det(id[Gal\ \mathbb{Q}(s|t), Gal\ \mathbb{Q}(s|t)]) = c,$$

    - *спин* +2

$$\{\text{спин гравитона}\} \Leftrightarrow Discr(id[Gal\ \mathbb{Q}(s|t), Gal\ \mathbb{Q}(s|t)]) = 2,$$

        - спин *стоячего* фотона,
        - индекс векторного поля аналитической скорости канонического аналитического маятника за один полный период колебаний,
        - индекс аналитического векторного поля на стандартной двумерной сфере
            - ✓ поля с генератором, изоморфным отображению самодвойственности правильности 2d-тетраэдра,
            - ✓ поля, индуцированного каноническим непрерывным отображением непрерывной инверсии $\vec{r} \to (\vec{r})^{-1}$ в 3d-евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\vec{r})$.

Гравитон может быть проинтерпретирован в контексте дуализма «частица ⟷ *волна»*:

- *гравитон как частица*: нулевая мода колебаний аналитического маятника;
- *гравитон как волна*: *аналитический* (глобальный) групповой закон на эллиптической кривой $E_{\mathbb{Q}}^{min}$ с минимальным вырожденным (*суперсингулярным*) уравнением $y^2 = x^3$ (в этом контексте гравитон представляет каноническую сингулярность, а точнее – суперсингулярность);
- *гравитон как связность*: *спин гравитона* представляет генератор канонического группового закона на эллиптической кривой $E_{\mathbb{Q}}^{min}$.

Также гравитон может быть проинтерпретирован в контексте дуализма «частица ⟷ мода колебаний струны», где струна это универсальная эллиптическая кривая $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$ над $\mathbb{Q}$ с операторно-значным уравнением $y^2 = x(x - i_+)(x - i_\times)$ (см. п.1 и [1]), где $i_+, i_\times$ представляют

- аддитивную (четную) и мультипликативную (нечетную) реализации классической мнимой единицы i;
- являются генераторами канонического отображения непрерывной центральной симметрии в трехмерном евклидовом пространстве (см. [1]).

Интерпретация гравитона в контексте дуализма «частица ⟷ мода колебаний струны»:

- *гравитон как частица*: нейтральный элемент группового закона на $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$ как множество;
- *гравитон как струна*: нейтральный элемент группового закона на $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$ как отображение;
- *спин гравитона*: нейтральный элемент группового закона на $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$ как самосопряженное отображение – как число.

Комментарий 1.7. Гравитон имеет квантово-механический смысл

- нулевой моды колебаний канонического *аналитического* гармонического осциллятора (гравитон как частица);
- собственно канонического *аналитического* гармонического осциллятора как множество (гравитон как волна)

в рамках естественной эквивалентности «канонический аналитический маятник ⟷ канонический аналитический осциллятор»

Комментарий 2.7. «Гайка Джанибекова», как динамическая система, представляет «минимальный производный/массивный гравитон» и может проинтерпретирована как

- первая мода колебаний аналитического маятника;
- пробный гравитационный заряд;
- *генератор аналитического* (глобального) группового закона на эллиптической кривой с минимальным невырожденным уравнением $y^2 = x^3 - x$ (см.[1], гл.6).

7. Модель реального времени как диагонального цикла канонической аналитической бутылки Клейна и оси Галуа

Гипотеза. Образ отображения $t \to exp\,\zeta(t, \Delta_{12}(q))$ представляет канонические координаты

- на каноническом диагональном цикле;
- на канонической прямолинейной обмотке

канонической аналитической бутылки Клейна над полем $\mathbb{C}$.

Образ отображения $t \to exp\,\zeta(t, \Delta_{12}(q))$

- имеет смысл модели реального/физического/размерного (сек) времени для вращательной динамики консервативных волчков;
- представляет график канонической скобки Пуассона в фазовом пространстве аналитических дифференциальных гамильтоновых уравнений с односвязным фазовым пространством, в частности, в фазовом пространстве уравнений Эйлера-Пуассона;
- представляет орбиту универсальной оси Галуа – выделенной реберной медианы сопровождающего аналитические волчки тетраэдра (про ось Галуа – см. [1], с. 191; [14]; [15], с.88).

Комментарий 1. Ось Галуа является относительным (релятивистским) геометрическим объектом и имеет следующие интерпретации:

механическая

- график кинетического момента универсального аналитического волчка;
- график автоколебаний классического математического маятника вокруг его вертикального равновесия;

динамическая

- график инволюции обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона;
- график отображения эквивариантного спаривания фазовых состояний уравнений Эйлера-Пуассона;
- график канонической скобки Пуассона для уравнений Эйлера-Пуассона;

аналитическая

- график отображения односвязной аналитической склейки знаков квадратур классических решений посредством отображения симметрии обратимости по аффинному времени для уравнений Эйлера-Пуассона;

алгебраическая

- график отображения
  - $0 \to t \to exp[Gal\ \mathbb{Q}(t), Gal\ \mathbb{Q}(t)] \to exp[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ (голономное представление);
  - $1 \to t \to exp[Gal\ \mathbb{Q}(t), Gal\ \mathbb{Q}(t)] \to exp[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ (неголономное представление: это представление было исходным для открытия оси Галуа при анализе эффекта Джанибекова С.Ф. Адлай и Е.А. Митюшовым);
- график канонического отображения аналитической модулярной параметризации эллиптических кривых с рациональными коэффициентами;

физическая

- график физического времени.

Следствие 1 гипотезы. Канонический генератор канонического диагонального цикла канонической аналитической бутылки Клейна над полем $\mathbb{C}$ представляет 1 секунду («поле из одного элемента», см. [7]**).**

Следствие 2 гипотезы. Фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона *в обратимом аналитическом времени является фазовым потоком в реальном времени*:

при выполнении приведенной выше гипотезы получаем, что

- в реальном времени все аналитические (в частности, недиссипативные/консервативные) волчки интегрируемы в каноническом смысле их фазовая динамика над формальным $\mathbb{C}$-временем описывается явными аналитическими функциями;
- фазовая динамика аналитических волчков над формальным $\mathbb{C}$-временем описывается эквивариантными L-функциями общего решения из теорем 1,2.

8. Коррекция кинематической части формул общего решения уравнений Эйлера-Пуассона

Приведем коррекцию формул утверждений о кинематической части формул точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона (см. [1],[6], [7]).

Суть коррекции состоит в уточнении структуры начальных условий уравнений Эйлера-Пуассона: все нули L-функциональных решений уравнений ЭП являются *нетривиальными* (см. [16], с.407). Нетривиальность нулей индуцирована их инцидентностью формальной ∞-ти, индуцированной симметрией обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона.

Впрочем, это не меняет формальной корректности формул точных решений в силу

- аналитической инцидентности;
- физической когерентности;
- математической и динамической симметричности.

эквивариантных конфигурационных векторов $\vec{\gamma}(t_0)$ и векторов угловой скорости $\vec{\omega}(t_0)$, представляющих генерирующую кинематику и полную систему начальных условий (кодируемую уравнениями Пуассона) для динамики аналитических волчков (кодируемую уравнениями Эйлера-Пуассона).

Технически коррекция касается только индуцированного уточнения структуры градуировки начальных условий для явных решений кинематических уравнений Пуассона: коррекция представляет замену упорядоченных троек *тривиальных* нулей функций общего и частных решений на нечетные тройки их упорядоченных <u>*нетривиальных*</u> нулей.

Например, в случае частных решений для $\mathbb{R}$-времени коррекция имеет вид:

$$\vec{\gamma}(t_0) = \overrightarrow{\zeta_0(s, E/\mathbb{Q})} \ (mod\ 3\text{-ordered } \textit{trivial} \text{ zeros})$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{\gamma}(t_0) = \overrightarrow{\zeta_0(s, E/\mathbb{Q})} \ (mod\ 3\text{-ordered } \underline{\textit{nontrivial}} \text{ zeros}).$$

Таким образом, вектора $\vec{\gamma}(t_0)$ и $\vec{\omega}(t_0)$

- имеют одинаковую структуру;
- представляют нечетные и четные упорядоченные тройки нулей L-функций-решений уравнений Эйлера-Пуассона;
- представляют эквивариантные/аналитически инцидентные вектора;
- определяют начальные условия гироскопической динамики аналитических волчков.

Благодарности. Автор благодарен С.Ф. Адлай и Е.А. Митюшову за обсуждение отдельных частей работы и предоставленные ссылки.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Абраров Д.Л. Точная разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона: дзета-функции и глобальная динамика. Москва, Научный мир, 2021, 614 с.

[2] Абраров Д.Л. Точная разрешимость и каноническая модель уравнений Эйлера-Пуассона// Механика твердого тела, НАНУ, 2007, вып. 37. с. 42-69.

[3] Ламоткин А.Е., Мисюра Н.Е., Митюшов Е.А. Кватернионное представление эйлерова поворота. Инженерный журнал: наука и инновации, №5, 2022, с.218-220.

[4] Козлов В.В. Качественные методы в динамике твердого тела. М.: Изд-во МГУ, 1980, 223 с.

[5] Abrarov D.L. A Galois-theory scheme of the Euler-Poisson equations and its pendulum interpretation in the canonical Lobachevsky function space// Intellectual Archive, natural science, mathematics, 58 p. www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMlNlF&orig_file=GaloisTheoryEulerPoissonEqs.pdf

[6] Abrarov D.L. General solution $exp\,\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ of the Euler-Poisson equations as the solution of the functional quaternion q-pendulum and canonical functional exponent// Intellectual Archive, natural science, mathematics, 70 p. www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMlNlF&orig_file=AbrarovDLq-pend.pdf

[7] Abrarov D.L. General solution of the Euler-Poisson equations as the canonical functional exponent associated with the Riemann zeta-function in real-time context//Intellectual Archive, natural science, mathematics, 78 p. www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMlNlF&orig_file=AbrarovDLexp.pdf

[8] Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1974, 432 с.

[9] Аксенов Е.П., Гребеников Е.А., Демин В.Г. Общее решение задачи о движении искусственного спутника в нормальном поле притяжения Земли// Сб. «Искусственные спутники Земли». Вып. 8, 1961.

[10] Аппель П. Теоретическая механика. Т.2. Пер. с франц., ФизМатЛит., 1960. 487 с.

[11] Гребеников Е.А., Митропольский Ю.А., Рябов Ю.А. Введение в резонансную аналитическую динамику. М.: Янус-К, 1999. 320 с.

[12] Оден М. Вращающиеся волчки: курс интегрируемых систем. Пер. с англ. Изд-во Регулярная и Хаотическая Динамика, 1999, 215 с.

[13] Ковалевская С.В. Задача о вращении твердого тела около неподвижной точки// С.В.Ковалевская. Научные работы. М.: Изд-во АН СССР, 1948, с. 153-220.

[14] Adlaj S. Galois axis. International scientific conference «Infinite-Dimensional analysis and mathematical physics» to the memory of S.V. Fomin, 2019, idamph.msu. ru/conference-en, Abstract of talks.

[15] Мисюра Н.Е. , Митюшов Е.А. Кватернионные модели в кинематике и динамике твердого тела.; Мин-во науки и высш. образования РФ. Екатеринбург: Изд-во Уральского ун-та, 2020, 120 с.

[16] Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля: В 2-х т. Т.1. Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. 430 с.