The fundamental counterexample to KAM-theory: non-existence of toroidal KAM-dynamics and equivariant correction of KAM-chaos

D.L. Abrarov

abrarov@yandex.ru

Abstract. Based on the zeta-functional structure of the general solution of the Euler-Poisson equations from [1], [2], a geometrically and physically meaningful constructive counterexample to KAM-theory is constructed in the form of "universal enveloping KAM-dynamics". The counterexample is based on the symmetry of time reversibility for Hamiltonian systems and induced separatrix dynamics. It has a geometric interpretation of the canonical analytical structure on the three-dimensional sphere.

The fundamentality of the counterexample is due to the need for an axiomatic projective extension of the affine structure of KAM-dynamics to the projective structure of the canonical meromorphic extension of the three-dimensional Lobachevsky space. This extension is canonical and provides a correct (equivariant) description of the original affine Hamiltonian KAM-dynamics.

This counterexample shows the non-existence of classical KAM-tori and KAM-dynamics in the general situation. By generality here we mean non-degeneracy in the natural sense of homotopy non-triviality of the Liouville foliations for integrable Hamiltonian dynamics.

At the same time, the counterexample simply supplements the classical Liouville-Arnold theorem with the case of a continuous smoothness class of phase dynamics, which was omitted in the classical consideration (noted in [2]), and implements the dynamic interpretation of the modular parameterizability of elliptic curves with rational coefficients.

This continuous extension gives an equivariant Galois-solvable renormalization of KAM-theory into the conjectural category of analytically integrable Hamiltonian systems. In the case of three degrees of freedom, equivariant renormalization is realized by the special zeta-functional structure and is related to the Kowalewskaya method in the dynamics of classical tops.

Keywords: incorrectness of KAM-theory, constructive counterexample to KAM-theory, general solution of the Euler-Poisson equations, equivariant topological triviality of KAM-dynamics, constructive correction of KAM-theory, universal enveloping KAM-dynamics, vertical pendulum self-oscillations , rectilinear flow on the three-dimensional Klein bottle, incorrectness of classical theories of non-integrability, correction of theories of non-integrability.

1. Введение: идея контрпримера и необходимость коррекции КАМ-теории

Данный текст *направлен, в частности, на* ***аргументацию принципиально важного факта <u>сущностной некорректности КАМ-теории</u> (теории Колмогорова-Арнольда-Мозера) – теории, являющейся основным концептом в классической теории возмущений интегрируемых <u>гамильтоновых</u> систем.***

В более «мягкой» форме можно говорить ***о <u>сущностной аффинной локальности КАМ-теории</u>, пропускающей, в итоге, просто каноническую трансляционную как раз «прямолинейную арнольдовскую» симметрию стандартной <u>трехмерной</u> целочисленной аффинной решетки*** $\mathbb{R}^3/\mathbb{Z}^3$**.**

Именно эта симметрия и корректирует исходную теорию, причем, делает это замечательным образом конструктивно.

Проблема некорректности КАМ-теории *возникает «как бы из ничего» как только мы оказываемся в физически осмысленном конфигурационном трехмерии*.

Тогда, неожиданным образом, эта проблема КАМ-некорректности порождается скрытой выделенной высокосимметрийностью конфигурационного трехмерия, базирующейся на его нетривиальной арифметической Галуа-структуре. И это «высокосимметрийное трехмерие» оказывается *не только* «генератором КАМ-некорректности», *но и* «генератором конструктивной КАМ-коррекции».

В этом конфигурационно трехмерном случае с качественной точки зрения КАМ-теория *«универсально интегрируется» (как слоение) на аналитической монодромии (аналитическом самоподобии) стандартного (правильного) двумерного тетраэдра в стандартном трехмерном евклидовом пространстве*, но при этом аннигилирует как отображение, оставаясь в ядре отображения такой абсолютно естественной монодромии.

В этой *картине глобальной интегрируемости* аффинная КАМ-интегрируемость переходит глобальную КАМ-интегрируемость, в итоге, также с каноническим полным набором интегралов «универсального случая интегрируемости» (см. [2]).

При этом, *принципиальной является роль генератора отображения момента для такой глобальной КАМ-интегрируемости* как отображения со структурой *конечно-порожденного полного пересечения* для канонического общего аналитического вращения в евклидовом трехмерии с выделенным центром.

Технической *основой этого общего факта «КАМ-аннигиляции» при «тетраэдральной монодромии» является интегрируемость «волчковых» аналитических уравнений Эйлера-Пуассона на «сопровождающем тетраэдре»*.

2. Фундаментальность КАМ-контрпримера и конструктивность КАМ-коррекции

Несколько подробнее, некорректность КАМ-теории возникает из-за ***скрытой Галуа-разрешимой групповой непрерывной центрально-симметричности нетеровой симметрии трехмерной целочисленной решетки – естественной базовой интегрируемой КАМ-симметрии*** **(*именно на ней интегрируются уравнения Эйлера-Пуассона*,** см. [1], [2]**).**

Данная симметрия возникает после естественной «евклидовизирующей центровки» аффинной решетки $\mathbb{R}^3/\mathbb{Z}^3$ до евклидовой решетки $\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$ с выделенным центром.

Такая «центровка» имеет ***фундаментальную аксиоматическую основу***: она представляет априорное (автоматическое) ***аксиоматическое пополнение*** инвариантных КАМ-тороидальных аффинных пространств пространств до естественного расширения трехмерного пространства Лобачевского.

В этом смысле, можно говорить о том, что *контрпримером к КАМ-теории является ее каноническая проективная версия*.

Схематично опишем сейчас конструктивную эквивариантную коррекцию КАМ-теории в результате указанного пополнения, к которой вернемся в механической интерпретации в п.13.

Абелевы КАМ-торы из аффинных пространств (блоков) Лиувилля-Арнольда, например, для базового случая 3-х конфигурационных степеней свободы, «аксиоматически пополняются» до естественных расширений - «эквивариантных прямолиэквивариантных прямолинейных обмоток» - прямых в описываемом чуть же проективном пространстве, имеющих реализацию в виде эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$ над полем рациональных чисел $\mathbb{Q}$.

Тороидальные блоки Лиувилля-Арнольда пополняются до пространств классов изогенности кривых $E/\mathbb{Q}$ («эквивариантных стэков») модулей кривых $E/\mathbb{Q}$ имеющих, в итоге, эквивалентные реализации:

- ***канонического функционального пространства Лобачевского – канонического минимального мероморфного (дробно-линейного) расширения стандартного трехмерного пространства Лобачевского*** (см. [1], [2]);
- ***универсальной обертывающей (секущей) интегрируемой КАМ-динамики***.

Сепаратрисные многообразия - критические «полноразмерные» слои слоений Лиувилля-Арнольда *- пополняются до гиперповерхностей в каноническом функциональном пространстве Лобачевского и, в итоге,* ***реализуют проективные многообразия типа К3*** (*см.* [2], [3]) *над функциональным полем дробно-рациональных функций.*

Таким образом, указанная «евклидовизирующая центровка» аффинной решетки $\mathbb{R}^3/\mathbb{Z}^3$ *(это, в итоге, каноническая универсальная эквивариантная решеточная перенормировка) выявляет изначально скрытую структуру функциональной Галуа-групповой автоприсоединенности этой симметрии, причем, структуру обладающую конструктивным (явного вида) потенциалом.*

Указанная «автоприсоединенность» имеет аксиоматическую природу конструкции функционального расширения трехмерного пространства Лобачевского.

Динамическим и аналитическим смыслом *«евклидовизирующей центровки» аффинной решетки* $\mathbb{R}^3/\mathbb{Z}^3$ *оказывается замена времени, осуществленная Ковалевской при ее подходе в решении уравнений Эйлера-Пуассона.*

Она, в итоге, имеет

- естественную ***структуру канонической глобальной нетеровой симметрии на трехмерной решетке***, нетривиально геометрически реализуемую каноническим прямолинейным потоком на трехмерной бутылке Клейна;
- сложную «производную дзета-функциональную» структуру операторно-значной ***функции*** $\boldsymbol{exp\ \zeta(s, \Delta_{12}(q))}$.

3. Диофантова симметрия аннулирует КАМ-теорию

Для случая минимального - непрерывного - класса гладкости, таким образом перенормированная тривиальная арнольдовская симметрия «прямолинейной обмотки» оказывается универсальным отображением модулярной параметризации эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$ и, по-существу, оказывается отображением «диофантовой» деформации

- на трехмерной решетке $\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$;
- на пространстве эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$,

построенным Э. Уайлсом в 1994 г. (при доказательстве ключевой части так называемой гипотезы Таниямы-Шимуры-Вейля, принципиально важной для теории чисел, из которой, в частности, вытекала Большая Теорема Ферма).

В рамках этой симметрии Уайлса, торы Лиувилля-Арнольда – это, в итоге, аналог несуществующих кривых Фрея (см. [4]), – ключевых кривых, несущих на себе «диофантовы спектры» - то, что (уже говоря в геометрических терминах) остается от «прямолинейных аффинно-целочисленных трехмерных обмоток-прямых» после их центрально-симметричной непрерывной монодромной перенормировки.

И решения классических диофантовых уравнений («диофантовы спектры»), в частности, решения «большого уравнения Ферма», возникают именно как нульмерная часть этой непрерывной функциональной монодромии.

Ключевой объект КАМ-теории - «малые КАМ-знаменатели» - оказываются как раз в ядре этой фундаментальной функционально-арифметической Галуа-симметрии Уайлса.

В динамических терминах данная симметрия имеет модель в виде эквивариантной по отношению к уравнениям Эйлера-Пуассона непрерывной монодромии симметрии сепаратрисы волчка Эйлера – это и есть симметрия, пропущенная как в теореме Лиувилля-Арнольда, так и в результатах Козлова В.В. и Зиглина С.Л. о неинтегрируемости общего аналитического возмущения волчка Эйлера, контекстно интерпретируемых как «неинтегрируемость уравнений Эйлера-Пуассона» в общей ситуации параметров (см. [5], [6]), что аргументировано отмечено в [1]-[2].

Дополнительно отметим, что эта *непрерывная монодромия сепаратрисы пропущена и в соответствующей части классификационной теории лиувиллевых слоений А.Т. Фоменко*, касающейся уравнений Эйлера-Пуассона.

И это неудивительно: «классика запретила» (как соответствующими теоремами, так и просто «верой» в статусе окончательного результата)

- как существование 4-го интеграла уравнений Эйлера-Пуассона – в итоге, формульно потенциала непрерывного *авто*продолжения сепаратрисной динамики в особенности,
- так и «существование» какого-то разумного смысла у интеграла Ковалевской (см. [7]) - в итоге, формульно явного потенциала аналитического *авто*продолжения сепаратрисной динамики в особенности.

И именно эти инварианты оказываются как раз

- потенциалами «арнольдовской трехмерной целочисленной решеточной трансляции» (непрерывным и эквивариантно аналитическим соответственно);
- потенциалами канонической глобальной интегрируемости («универсальной интегрируемости») – непрерывной и аналитической соответственно (см. [2]);
- потенциалами модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$ и производной такой параметризации соответственно.

Нетривиальность указанной скрытой симметрии демонстрируется тем, что у указанных симметрий есть и такие физические (механические) интерпретации:

- *гамильтониан автоколебательной динамики классического математического маятника, но в строго вертикальном равновесии (или – просто вертикального маятника)*; *при этом,*
    - *классические интегрируемые случаи реализуют спектр автоколебаний «старшего ранга» («общие выходы из вертикального равновесия»)*;
    - *частные интегрируемые случаи реализуют спектр автоколебаний «нестаршего ранга» («вырожденные выходы из вертикального равновесия»)*;
- *дополнительный интеграл Ковалевской для уравнений Эйлера-Пуассона.*

Таким образом, с виду структурно простая симметрия, оказывается ***каноническим генератором «универсальной функциональной Галуа-симметрии»***, *представляющей скрытое глобальное аналитическое продолжение фазовой динамики в бесконечность* *формального аффинного времени посредством транзитивного <u>действия инволюции обратимости по времени, присущей гамильтоновым системам</u>.*

Геометрическим образом этой симметрии, вполне наглядным и здесь не детализируемым (см. например, п.1 работы [2]), является «каноническая аналитическая трехмерная сфера $\mathbb{S}^3$», или эквивалентно, - «универсальная аналитическая структура» на стандартной трехмерной сфере.

Аналитическая функциональная (или просто – аналитическая, или – универсальная функциональная) теория Галуа глобализует, селектирует и упорядочивает аффинные (локальные) гладкие КАМ-структуры в универсальный аналитический класс гладкости как универсальный комплекс классов гладкости.

*В частности, **в ядре корректирующего КАМ-теорию эквивариантного Галуа-отображения - аффинной части области определения «универсальной функциональной Галуа-симметрии» - лежат и «малые КАМ-знаменатели» - базовая математическая конструкция для обоснования механизма хаотизации невозмущенной детерминированной динамики.***

Эти малые числа (важно, что «малость» рассматривается только по классической архимедовой норме) такая Галуа-симметрия адсорбирует, упорядоченно «укладывая» их как *упорядоченные периоды* таких эквивалентных динамических систем как:

- собственная (внутренняя) вращательная динамика на больших кругах на трехмерной сфере $\mathbb{S}^3$ (здесь не уточняем класс гладкости этой динамики, имея ввиду качественный смысловой аспект «существования скрытой структуризации множества малых знаменателей»; для случая трех степеней свободы – это непрерывный класс гладкости для эндоморфизмов потока больших кругов на $\mathbb{S}^3$);
- собственные автоколебания вертикального математического маятника;
- осей вращения моделируемых моделями физических волчков, описываемых уравнениями Эйлера-Пуассона (см. [2]).

4. Экспонента трехмерной сферы как база контрпримера к КАМ-теории

*Именно этот «**эффект глобального аналитического продолжения», «глобальной аналитической параметризации», или «эффект универсально интегрирующего коцикла»**, <u>имеющий фундаментальный физический смысл автоколебательной динамики строго вертикального математического маятника</u>, и пропускает классическая теорема Лиувилля-Арнольда.*

Другими словами, краткий вывод из этих предварительных замечаний состоит в том, что

<u>каноническая аналитическая теория Галуа и является фундаментальным (сущностным и системным) контрпримером к КАМ-теории и она же является ее конструктивной коррекцией.</u>

<u>То есть, по сути, в строгом математическом смысле аналитическая теория Галуа является АнтиКАМ-теорией</u> (см. также [2]).

И образно говоря, ***вместо «КАМ-торов с прямолинейными обмотками» возникают «сферы с прямолинейными обмотками»**, реализуемые сферой $\mathbb{S}^3$ с потоками больших кругов соответствующих классов гладкости, определяемых числом конфигурационных степеней свободы исходной системы.*

При этом, *возникающий функциональный класс контрпримера выше тэта-функционального класса – это дзета-функциональный класс*, базирующий на специальной дзетафункциональной структуре общего решения уравнений Эйлера-Пуассона - операторно-значной ***функции*** $\boldsymbol{exp\ \zeta\left(s,\Delta_{12}(q)\right)}$ с «трехмерной дельта-функциональной структурой» (см. [1], [2]).

Важным физическим следствием такого вывода является ***нефизичность конфигурационно нетрехмерной теоремы Лиувилля-Арнольда и соответствующей КАМ-теории: размерная физическая динамика, как это следует из возникающей эквивариантной коррекции КАМ-теории, не может быть аффинно плоской (тородоидальной): контрпример к КАМ-теории как раз принадлежит классу моделей реальных физических систем.***

Отметим, что речь идет об общей ситуации – случае *гомотопически невырожденной* (нетривиальной) интегрируемой гамильтоновой динамики (нетривиальной в смысле структуры лиувиллева слоения – т.е, слоения, содержащего более одной неприводимой карты в полном атласе; «динамики с сепаратрисой»). Такие слоения являются стандартной областью определения КАМ-теории.

Необходимость аргументации некорректности КАМ-теории, естественным образом, прежде всего, важна *для научно-технологической практики и образования*, *дезоориентированных* на сегодняшний день повсеместно демонстрируемой *картиной, как в итоге оказывается, алгоритмически некорректных компьютерных сценариев динамического хаоса, вместо, остающейся за кадром, нетривиальной корректной картины физически реального сложного детерминизма – физически и математически КАМ-антиподальной картины* (см. [1], [2], [8]), которая пока лишь приоткрылась и которую еще во всей полноте только необходимо исследовать.

Исходной причиной этой, на данный момент *крайне трудной во многих отношениях, темы* послужил факт точной разрешимости (в аналитическом формульном смысле) классических уравнений Эйлера-Пуассона в специальных дзета-функциях, резко нестыкующийся с КАМ-теорией (см. [1], [2]).

Этот результат ***и приводит к идее*** «дзета-структуры» ***сущностного (фундаментального) и системного контрпримера к КАМ-теории, состоящей в построении*** (а точнее – в идентификации существования) универсальной эквивариантной (т.е., согласованной с фазовыми потоками рассматриваемых гамильтоновых систем) ***динамической обертывающей (динамической секущей по Пуанкаре-Флоке в классической терминологии)*** в пространстве блоков аффинно аналитической тороидальной КАМ-динамики в виде универсальной канонической экспоненты $exp(\mathbb{S}^3)$ стандартной трехмерной сферы $\mathbb{S}^3$, имеющей, в итоге, Галуа-симметрийную структуру.

Такая экспонента *в минимальном (генерирующем) случае ее односвязной специализации изоморфна как раз отображению фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона* и геометрически представляет глобальную аналитизацию (см. уточнение этого естественного понятия в [2]) сферы $\mathbb{S}^3$, реализующую сферу $\mathbb{S}^3$:

- как глобальное аналитическое многообразие (с однокартным атласом);
- как фазовое пространство автоколебаний строго вертикального математического маятника;
- как орбиту универсального отображения Пуанкаре-Флоке (*орбиту универсальной монодромии)* для множества лиувиллевых слоений уравнений Эйлера-Пуассона.

Соответственно, ***канонический генератор односвязной специализации экспоненты*** $\boldsymbol{exp(\mathbb{S}^3)}$ ***представляет фазовый поток уравнений Пуассона – граничных условий для уравнений Эйлера-Пуассона.*** *Оказывается, что он имеет каноническую арифметическую структуру* *модулярной параметризации эллиптических кривых с рациональными коэффициентами* (см. [1], [2])*, аннулирующую малые КАМ-знаменатели.*

Математической платформой этого результата стал метод Э. Уайлса, установившего, что трехмерная целочисленная решетка имеет богатую внутреннюю Галуа-симметрию с очень жесткой структурой собственных пространств – множеством решений диофантовых уравнений, включая знаменитое «большое» уравнение Ферма.

Динамической интерпретацией этого фундаментального метода Э. Уайлса оказывается каноническая глобально непрерывная теорема Лиувилля-Арнольда (см. [2]).

Данная теорема является описанием отображения непрерывной монодромии (непрерывного самоподобия) стандартного (правильного) двумерного тетраэдра в стандартном трехмерном евклидовом пространстве. Данное отображение имеет структуру полного пересечения в теории деформаций эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$, описанную в [9]. Ее механический смысл – непрерывная динамика канонического «сопровождающего тетраэдра» для уравнений Эйлера-Пуассона.

На этой «арифметико-динамической» базе получается принципиальный факт:

секущее (по Пуанкаре-Флоке) «универсальное экспоненциальное» отображение $\boldsymbol{exp}(\mathbb{S}^3)$***, универсально обертывающее КАМ-динамику (в смысле понятия обертывающей алгебры для алгебр Ли –*** *см.* [10]***, где аналог идеала перенормировки – это прямолинейный поток на трехмерной бутылке Клейна*** $\boldsymbol{Kl^3}$***) - аннулирует (в строгом математическом - операторном смысле) классическую аффинно аналитическую КАМ-теорию как пространство объектов и отображений, включая КАМ-торы и динамику прямолинейных обмоток на них.***

5. Сопоставление КАМ-теории и результата ее эквивариантной коррекции

Некоторый конструктив КАМ-теории, несмотря на ее локальность, состоит в том, что свойство интегрируемости по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем является (неканонической) аффинной координатизацией глубоко скрытого свойства аналитического ***автопродолжения*** нетривиальной КАМ-динамики (с ***динамически неодноосвязным*** слоением Лиувилля-Арнольда, например, со слоением *с сепаратрисным инвариантным многообразием*) в бесконечность формального аффинного времени, которое и является указанным выше универсальным секущим отображением и обсуждается далее.

Результат этого, тонкого по своей математической структуре, аналитического продолжения (это отображение с самосопряженной операторной функциональной структурой для вещественного случая вещественного времени невозмущенной КАМ-динамики, см. [1]. [2]).

Этот результат конструктивен в случае трех степеней свободы и гипотетически (см. п.1 из [2]) конструктивен в общем случае степеней свободы, что для структуры фазовых потоков откорректированной КАМ-динамики означает (для каждого конкретного числа конфигурационных степеней свободы)

- конечно-порожденность и Галуа-структуру как функционального модуля;
- его классификационную структуру для множества неэквивалентных типов аналитически интегрируемых по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем (см. [1], [2]).

Соответствующая аргументация для случая трех степеней свободы содержится в [1] и [2], а для общего случая степеней свободы (в контексте *гипотетической единой конструктивной модели* *универсальной теории возмущений для категории гамильтоновых систем*) содержится в первом параграфе работы [2].

Идеологически, возникающая коррекционная картина категории интегрируемой динамики и ее теории возмущений, может быть сформулированы в терминах *естественных мероморфных расширений простой исключительной алгебры Ли* e_8 (см. [2], где введен новый класс алгебр Ли - мероморфных алгебр Ли).

Эта новая «глобально аналитическая» картина выглядит «алгебраически сверхжесткой» и совершенно отличной от «аффинно мягкой» и алгебраически бесструктурной картины КАМ-классики.

В этом структурном контексте возникающая, корректирующая КАМ-теорию, ***картина реализует «аналитическую теорию Галуа»***:

- множество интегрируемых по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем имеет жесткую структуру конечно-порожденного модуля Галуа со специальной структурой функционального векторного пространства;
- любая интегрируемая по Лиувиллю-Арнольду гамильтонова система разлагается по базису в этом универсальном векторном пространстве с конечным конструктивным базисом из явно аналитически определяемых интегрируемых систем;
- КАМ-теория представляется (естественным образом) соответствующей линейной алгеброй в этом конечно-порожденном функциональном векторном пространстве.

Вместе с тем, эта *новая, алгебраически жесткая, конструктивная картина аналитической гамильтоновой динамики* физически вполне осмыслена: *вокруг мы видим мир из конечного числа типов реальных физических динамических систем, которые моделируются интегрируемыми гамильтоновыми системами. При этом, эти динамические системы сами физически нетривиальны (например, как классические аналитические волчки) и также нетривиально взаимодействуют между собой в едином физическом пространстве-времени* (см. также [11]).

В новой и конструктивной картине теории возмущений интегрируемых гамильтоновых систем ***место классического конечномерного КАМ-хаоса с математическим аппаратом ε-Коши-матанализа занимает нетривиальный красивый функциональный Галуа-разрешимый детерминизм*** (см. [1], [2]).

6. Кризис КАМ-классики

Наиболее критично для классики выглядит ситуация с возникающей аннигиляцией (фактическим отсутствием) торов Лиувилля-Арнольда, и соответственно – с ***принципиальной некорректностью теоремы Лиувилля-Арнольда*** (в невырожденной ситуации лиувиллева слоения), поскольку это уже довольно давняя «фундаментальная» основа очень большой части теории интегрируемых систем и их возмущений – обсуждаемой КАМ-теории. Здесь важно подчеркнуть:

устранение проблемы малых знаменателей (разрешение их как особенностей) при коррекции реализуется их конструктивным потенциалом, генерируемым функцией F *из теоремы 1* о стягиваемости КАМ-динамики и имеет математические корни

- в методе деформации Уайлса на пространстве эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$;
- в аналитической замене классического аффинного времени, найденной С.В. Ковалевской при анализе уравнений Эйлера-Пуассона.

Этот неожиданный для классики факт ***приводит к парадоксальному логически диаметрально противоположному к КАМ-теории эффекту (АнтиКАМ-эффекту)*****:**

Интегрируемые гамильтоновы уравнения не теряют интегрируемость из-за малых знаменателей, а наоборот – они как раз канонически полностью интегрируются на множестве малых знаменателей.

И более того, результат эквивариантной коррекции настолько логически диаметрально противоположен и конструктивен – насколько это просто может быть.

В частности, это относится к теории возмущений волчка Эйлера (наиболее известного случая интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона): классическая теорема Козлова о неинтегрируемости его общего аналитического возмущения не только математически ([5], [6])*, но и физически принципиально неверна,* ***подменяя «сложный, но алгебраически жесткий и конструктивный Галуа-детерминизм» сценариями «аффинно ε-Коши координатизированного хаоса».***

Этот алгебраически жесткий и конструктивный Галуа-детерминизм, в частности, означает, что при общем аналитическом возмущении возникает антиподальная «к Козлову» ситуация: алгебраически конструктивное ***полностью интегрируемое расщепление сепаратрисы****,*

- *координатизируемое алгеброй* $e_8(\mathbb{Q}(t))$ *– простой функциональной алгеброй Ли – каноническими координатами на паутине Пуанкаре* (см. [1], [2]);
- *двойственно координатизируемое функцией* $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ *– общим конструктивными решением уравнений Эйлера-Пуассона – каноническими ко-координатами на паутине Пуанкаре.*

«Паутина Пуанкаре» как фазовое пространство имеет совершенно конструктивную «ортогональную» реализацию в виде потока больших кокругов на трехмерной сфере.

См. график «сверхсложной хаотической паутины Пуанкаре» (в характеризации самого Пуанкаре, см. [5]) в «конформном представлении» – в виде совершенно наглядного детерминистического образа «канонической аналитической равноугольной спирали» на последней обложке монографии [1].

Результат эквивариантной коррекции «хаоса Козлова» реализуется полной иерархией интегрируемых случаев уравнений Эйлера-Пуассона в виде корректного (эквивариантного) полного набора сценариев перехода к хаосу – см. п.13**.**

И этот АнтиКАМ-эффект происходит в перенормировке пропущенного классикой функционального интегрирующего коцикла – потенциала глобальной (однокартной) кэлеровой формы на трехмерном пространстве Лобачевского – канонической перенормировке классического фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона на инволюцию симметрии их обратимости по времени (см. п. 12 и ссылки [2],[3]).

7. Локальная аффинная структура КАМ-динамики против априорной скрытой глобальности интегрируемой по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновой динамики

Кратко, ***фундаментальная сущностная некорректность КАМ-теории*** **для** ***любого класса гладкости*** с нетривиальной (по слоению) интегрируемой по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновой фазовой динамикой может быть охарактеризована как ***ограниченное описание целостной и структурно очень алгебраически жесткой конструктивной общей картины корректной гамильтоновой динамики с потерей ключевой информации, а именно, -***

ограничение корректной фазовой динамики на некорректно (неэквивариантно) суженную область ее определения.

И несколько подробнее, - эта некорректность характеризуется как *неэквивариантная конечномерная аффинная локализация канонической глобальной фазовой динамики* (т.е., фазовой динамики с одной картой атласа отображении фазового потока): КАМ-теория – это категория аффинных карт на каноническом аналитическом прямолинейном потоке $l_{an}(Kl^3)$ на трехмерной бутылке Клейна Kl^3.

Отображение $l_{an}(Kl^3)$ «универсально собирает» в единый канонический атлас все локальные аффинные КАМ-карты любой конечной размерности, то есть, выполняется соотношение эквивариантной коррекции КАМ-теории (см. [2]):

{Локальная аналитичность с КАМ-динамикой над аффинным временем}

⇩

{Каноническая глобальная аналитичность с авторекурсивной динамикой над аналитическим временем – естественной математической моделью реального времени, см. [11]).

Отображение $l_{an}(Kl^3)$ в точности реализует глобальную гамильтонову форму представления КАМ-динамики: ***прямолинейный поток на бутылке Клейна $\boldsymbol{Kl^3}$ задается в базисе ее канонических циклов именно гамильтоновой формой уравнений*** *(и в этом – геометрическая суть гамильтоновой формы представления фазовой динамики, кажущаяся парадоксальной).*

Гамильтонова форма аффинно аналитических динамических уравнений есть просто аффинная координатная форма аналитической самодвойственности многообразия $\boldsymbol{Kl^3}$ как орбиты экспоненциального отображения $\boldsymbol{exp}(\mathbb{S}^3)$, представляющая аффинно нульмерную аффинную зеркальную симметрию в глобальном (каноническом функциональном) 3d-пространстве Лобачевского.

Таким образом, само свойство гамильтоновости исходно рассматриваемой интегрируемой по Лиувиллю-Арнольду динамики оказывается глобальным – топологически реализуемым в атласе из одной карты.

Это свойство (кстати, это свойство «с классически суперсимметричной» структурой) является симметрией канонической аффинной координатизации канонического аналитического автопродолжения аффинной гамильтоновой динамики на окружность (одномерный компакт) - канонический диагональный цикл на многообразии $\boldsymbol{Kl^3}$.

Важно, что такое ***автопродолжение*** имеет естественную 3d-сферическую аналитическую функциональную геометрию и фундаментальную модель реального физического времени (см. п.13, а также [11]).

Аналитическая структура отображения $\boldsymbol{l_{an}(Kl^3)}$ в базовом односвязном случае имеет нетривиальный канонический дзета-функциональный вид операторнозначной функции $\boldsymbol{exp\,\zeta(s, \Delta_{12}(q))}$ (см. [1], [2], [3]): форма $\Delta_{12}(q)$ реализует канонические аффинные координаты на многообразии Kl^3, а ее дзета-функция – уже просто канонические координаты (в форме схемного спектрального представления в сущностно и контекстно важном алгебро-геометрическом смысле).

Несомненно, ключевой алгебро-геометрический, да и в целом, математический смысл отображения $l_{an}(Kl^3)$, состоит в его конструктивной канонической функциональной конечнопорожденной Галуа-разрешимой структуре.

Из такого канонического глобального представления гамильтоновой динамики следует, что **классическая невырожденная аффинная КАМ-динамика, причем, *имеющая любой класс гладкости*, *не может* быть *нетривиально* вложена в фазовый поток гамильтоновых уравнений**: если

Суть принципиального замечания о «классе КАМ-гладкости» состоит в том, что ***классы гладкости КАМ-динамики естественным образом лежат в ядре отображения $\boldsymbol{l_{an}(Kl^3)}$, играющего роль <u>канонического гладкого</u> отображения гамильтоновой фазовой динамики в целом:***

произвольная формальная степень класса КАМ-гладкости равна степени отображения, канонического генерирующего отображение $\boldsymbol{l_{an}(Kl^3)}$, базового прямолинейного потока $\boldsymbol{l(Kl^3)}$.

8. Каноническая экспонента трехмерной сферы как универсальный аннулятор аффинно аналитической КАМ-динамики

Глобальная аналитическая динамика $l_{an}(Kl^3)$ имеет каноническую многомерную (см. про эту размерность в доказательстве теоремы 1) «глобально центрально-симметричную» модель в виде канонического корректно определенного экспоненциального отображения $exp(\mathbb{S}^3)$ стандартной трехмерной сферы $\mathbb{S}^3$ с естественными условиями на его связность (точнее – на степень «связной многосвязности»; в генерирующем случае 3-х степеней свободы имеет место односвязность).

Отображение $exp(\mathbb{S}^3)$ - бесконечная натуральная степень канонического прямолинейного потока $\boldsymbol{l(Kl^3)}$. Орбита этого отображения является плоским функциональным многообразием.

Связь с классической теоремой Лиувилля-Арнольда имеет вид:

- *пара* ($\mathbb{S}^3$, $\boldsymbol{l(Kl^3)}$) ***является корректным универсальным тором Лиувилля-Арнольда***
- *пара* ($\mathbb{S}^3$, $\boldsymbol{l_{an}(Kl^3)}$) ***является корректным универсальным слоением Лиувилля-Арнольда.***

Удивительным образом, односвязная специализация отображения $exp(\mathbb{S}^3)$ представляет просто классическую теорему Лиувилля-Арнольда для трех степеней свободы (см. доказательство теоремы 1).

Классическая локально-тривиальная аффинная коммутативная тороидальная структура КАМ-динамики является несовместимой с

- глобальной;
- аффинно некоммутативной;

а также

- проективной;
- функциональной

структурой этой экспоненты $exp(\mathbb{S}^3)$, , априорно существующей в силу канонической проективной самодвойственности нормального расслоения $N\mathbb{S}^3$ сферы $\mathbb{S}^3$.

9. Классическая трехмерная теорема Лиувилля-Арнольда как парадоксальный аннулятор «своей же» КАМ-теории

Естественным, системным и конструктивным контрпримером к КАМ-теории для гамильтоновых систем с числом конфигурационных степеней свободы не более 3-х является обычный прямолинейный поток g_Γ^t на универсальной (в классе аффинных решеток) трехмерной целочисленной решетке $\Gamma \cong \mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$- стандартной целочисленной решетке в трехмерном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3$.

Прямолинейный поток g_Γ^t естественным образом является интегрируемой гамильтоновой системой (в смысле «полного набора интегралов» в контексте классической теоремы Лиувилля-Арнольда).

Вместе с тем,

- структура такой динамической системы является нетривиальной в силу большого количества скрытых нетривиальных симметрий отображения g_Γ^t;
- является каноническим генератором отображения $exp(\mathbb{S}^3)$.

***Отображение** $\boldsymbol{exp}(\mathbb{S}^3)$ является каноническим «универсально многосвязным» аналитическим поворотом в трехмерном аналитическом евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3$ **и просто математически запрещает существование классической КАМ-динамики** ровно также как вращение стандартной окружности посредством транзитивного отображения e^{it} запрещает существование аффинных (открытых) инвариантных областей на этой окружности.*

То есть, ***парадоксальным образом, область определения топологически невырожденной классической КАМ-теории эквивариантно пуста, и этот факт, аннулирующий КАМ-теорию, также парадоксальным образом, является следствием собственно классической теоремы Лиувилля-Арнольда для 3-х степеней свободы.***

Специфика конфигурационного трехмерия обусловлена глубокой скрытой симметрийной нетривиальностью евклидова трехмерия (а не просто аффинного $\mathbb{R}^3$), состоящего в богатой и конструктивной скрытой симметрии прямолинейного потока на трехмерной целочисленной решетке $\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$ (см. [12]), ***не учитываемой в классическом доказательстве теоремы Лиувилля-Арнольда*** (см. [13]) ***в силу его (аналитической) непродолженности в формальную бесконечность времени (т.е. в силу эквивариантной неполноты фазового потока в доказательстве Арнольда, имеющей место именно в случае 3-х степеней свободы).***

10. Геометрические и физические причины некорректности КАМ-теории

В соответствии с перенормировкой, произведенной в доказательстве Теоремы 1, можно показать (здесь этого не делается), что гамильтониан (потенциал) «канонической универсальной аналитизации» потока g_Γ^t в канонических аффинных координатах на двойственной $\Gamma^* \cong \mathbb{E}^{3,*}/\mathbb{Z}^3$ к исходной решетке $\Gamma \cong \mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$ представляет потенциал

- канонической аналитической нетеровой симметрии в евклидовом *ко*трехмерии $\mathbb{E}^{3,*}$ (с метрикой $\boldsymbol{F}$, определенной в доказательстве Теоремы 1);
- канонической аналитической связности (структуры) в $\mathbb{E}^3$;
- канонической аналитической нетеровой симметрии в стандартном трехмерном пространстве Лобачевского (*с глобальной кэлеровой структурой* $\boldsymbol{ln\ F}$);
- ***канонического аналитического прямолинейного потока на трехмерной бутылке Клейна.***

Математически нетривиальный и физически (в том числе, механически) содержательный смысл гамильтониана *односвязно аналитического* прямолинейного потока g_Γ^t состоит в том, что он имеет вид интеграла случая Ковалевской для уравнений Эйлера-Пуассона (см. [1], [2]). В этом контексте «классическая твердотельная вращательная механика «получается» из модельной динамической геометрии» - геометрии отображения g_{Γ}^{t} , реализуясь «как изоморфный объект».

11. Динамические причины некорректности КАМ-теории

Качественной фундаментальной динамической причиной некорректности КАМ-теории является ее несовместимость с отображением непрерывной (и тем более, аналитической) склейки разделенных сепаратрисным инвариантным множеством блоков Лиувилля-Арнольда (т.е., в топологических терминах – *нетривиально бордантных блоков Лиувилля-Арнольда*).

Такая склейка реализуется как раз (подходящим образом перенормированным в доказательстве Теоремы 1) отображением g_{Γ}^{t}, эквивалентным скрытому отображению центральной симметрии фазовых пространств конечномерных гамильтоновых систем.

Техническая суть КАМ-контрпримера в общем случае состоит в выполнении следующей последовательности отображений:

- любой конечномерный аффинный тороидальный блок Лиувилля-Арнольда любой размерности априорно (*автоматически*) *биективно вкладывается* в подходящую конечную тензорную степень $(g_{\Gamma}^{t})^{N}$ отображения потока g_{Γ}^{t};
- при этом, *он оказывается полностью в ядре* <u>*аналитического автопродолжения*</u> *этого отображения вложения*;
- *отображение* g_{Γ}^{t} *представляет* (с точки зрения классической теоремы Лиувилля-Арнольда) *каноническую односвязную склейку отдельных аффинных тороидальных блоков Лиувилля-Арнольда, разделенных особыми (сепаратрисными) слоями слоений Лиувилля-Арнольда*;
- отображение прямолинейного потока g_{Γ}^{t}
    - представляет канонический генератор скрытого отображения универсальной центральной симметрии фазовых пространств, в частности, конечномерных гамильтоновых систем;
    - ключевым фактом является то, что этот канонический генератор определен *именно для* <u>*трехмерной*</u> *евклидовой решетки*.

В итоге, вложение аффинной тороидальной КАМ-динамики в орбиту отображения указанной чуть выше центральной симметрии влечет эквивариантную стягиваемость (над полями вещественных и комплексных чисел, моделирующими и время рассматриваемых систем) как самих блоков Лиувилля-Арнольда, так и «классически нестягиваемой» тороидальной динамики на них, определяемой теоремой Лиувилля-Арнольда.

В итоге, ***корректная (эквивариантная) гамильтонова фазовая динамика – это геометрия канонического глобального трехмерного пространства Лобачевского (т.е., пространства с одной картой в атласе)*, являющаяся каноническим односвязным расширением аффинной и евклидовой геометрии (геометрии КАМ-теории)** с соответствующей размерностью исходного тороидального блока (и в этом смысле – поглощающая ее как аффинную карту на проективном многообразии).

12. Построение универсальной динамической КАМ-обертывающей как системного КАМ-контрпримера

Теорема 1 (*эквивариантная топологическая тривиальность фазовых траекторий тороидальной КАМ-динамики для топологически гамильтоновых систем*). Для интегрируемых по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем с нетривиальными лиувиллевыми слоениями (т.е., с нетривиальным отношением бордантности на аффинных тороидальных картах-блоках Лиувилля-Арнольда), *имеет место потраекторная фазовая стягиваемость*: ***КАМ-торы и КАМ-динамика на них стягиваемы и поэтому не существуют***.

Доказательство.

1. Конфигурационно трехмерный случай аннигиляции КАМ-торов и КАМ-динамики

В этом случае отображение g_Γ^t имеет каноническую нормальную форму $g_{\Gamma_{normal}}^t$ в виде прямолинейного потока на O-центрированной евклидовой 3d-решетке $\Gamma_{normal} \cong \mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3/O$.

Это следует из того, что

- $g_{\Gamma_{normal}}^t$ является отображением канонической непрерывной гомотетии в пространстве $\mathbb{E}^3$ с непрерывно свободным центром O;
- отображение $g_{\Gamma_{normal}}^t$ имеет потенциал $\boldsymbol{F(t, v_*(t), v^*(t)) = exp\ (t^2 - |v_*(t)|^2 - |v^*(t)|^2)}$, где
    - t – аффинная координата на главной диагонали решетки Γ_{normal},
    - $v_*(t)$ – трехкомпонентный вектор в касательном пространстве $T_*(\Gamma_{normal})$,
    - $v^*(t)$ – трехкомпонентный *ко*вектор в *ко*касательном пространстве $T^*(\Gamma_{normal})$;

- действие отображения $g_{\Gamma,normal}^t$ в $\mathbb{E}^3$ является транзитивным, поскольку
$$\mathbb{E}^3/g_{\Gamma,normal}^t \cong \mathbb{S}_{C^0}^3$$
$\mathbb{S}_{C^0}^3$ – это
    - каноническая нормальная форма потока больших кругов на стандартной 3d-сфере $\mathbb{S}^3$, обладающего транзитивной структурой действия на $\mathbb{S}^3$;
    - каноническая непрерывная структура на многообразии $\mathbb{S}^3$;
    - каноническая глобальная структура с однокартным атласом на $\mathbb{S}^3$ - ***каноническая трехмерная сфера $\mathbb{S}^3$(также, как и каноническая окружность*** $\mathbb{S}^1(e^{it})$);
    - $\boldsymbol{F(t, v_*(t), v^*(t))}$ – каноническая глобальная непрерывная метрика на нормальном расслоении $N\mathbb{S}^3$ сферы $\mathbb{S}^3$ (также можно сказать, что это просто глобальная метрика на сфере $\mathbb{S}^3$).

Функция $\boldsymbol{F(t, v_*(t), v^*(t))}$ является потенциалом канонического *глобально непрерывного* (однокартно непрерывного, как и в случае e^{it}-вращения окружности $\mathbb{S}^1$, глобализующего ее) транзитивного вращения 3d-сферы $\mathbb{S}^3$ – канонической непрерывной экспонентой сферы $\mathbb{S}^3$.

Следовательно, поскольку у «поворота сферы $\mathbb{S}^3$ все инвариантные пространства - собственные», то получаем, что

- отображение g_Γ^t гомотопно отображению $g_{\Gamma_{normal}}^t$.
- любая двумерная аффинная решетка является собственным сечением канонической трехмерной решетки Γ_{normal}
- *любой прямолинейный поток на любой двумерной аффинной решетке является собственным сечением потока* $g_{\Gamma_{normal}}^t$

Следовательно, трехмерная аффинная тороидальная КАМ-динамика, расслоенная на двумерные подрешетки трехмерной решетки, стягивается, поскольку:

- она обладает естественным вложением в отображение $g_{\Gamma_{normal}}^t$

- отображение $g^t_{\Gamma_{normal}}$ является стягиваемым отображением
  - с потенциалом $\boldsymbol{F}\big(\boldsymbol{t}, \boldsymbol{v}_*(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{v}^*(\boldsymbol{t})\big)$, где t – канонический аффинный параметр на орбитах отображения стягивания – нормалях к сфере $\mathbb{S}^3$,
  - с орбитами – собственными сечениями корректно определенного глобального (однокартного) нормального расслоения $N\mathbb{S}^3$ сферы $\mathbb{S}^3$.

Тороидальные аффинные блоки

- оказываются открытыми аффинными картами на компактной и стягиваемой области определения отображения $exp(N\mathbb{S}^3)$;
- *эффективно контролируемо* стягиваются в центр сферы $\mathbb{S}^3$, т.к. потенциал стягивания – каноническая функция Морса на 4d-мерной сфере (это функция $\boldsymbol{exp}\ \boldsymbol{F}$).

Таким образом, отображение стягивания

- является сходящимся отображением и его разложения в ряды Тейлора сходятся в любой точке;
- оно имеет интерпретацию отображения центрально-подобного вращения в евклидовом пространстве специальной конечной (но достаточно большой) размерности.

Более точно, рассматриваемое отображение стягивания – это

гомологически сжимающее отображение для внутренней части сферы $\mathbb{S}^3$, лежащей, *как аффинное (но не глобальное) многообразие*, в евклидовом четырехмерии $\mathbb{E}^4$,

отображение, *имеющее каноническую глобальную (однокартную) структуру отображения канонической гомотетии в пространстве* (см. [1], [2])

  - $\mathbb{E}^{20}$, для вещественного случая аффинного времени t;
  - $\mathbb{E}^{281}$, для комплексного случая аффинного времени t.

Функция $F\big(t, v_*(t), v^*(t)\big)$ является потенциалом непрерывного разрешения особенностей градиентного отображения «между» любыми двумя (и значит, - между любым количеством) аффинными тороидальными блоками.

Замечание («То, что тебе мешает, тебе и помогает»).

С одной стороны имеем соответствие:

$\{$Канонический глобально непрерывный поворот 3d-сферы $\mathbb{S}^3\} \Leftrightarrow \{$канонический контрпример к КАМ-теории для систем с 3-мя степенями свободы$\}$.

А с другой стороны, можно показать (соответствующее рассуждение есть в [1]), что имеются соответствия:

$$\{\text{Канонический глобально непрерывный поворот 3d-сферы } \mathbb{S}^3\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{присоединенный непрерывный параллельный перенос в } \mathbb{E}^3\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{каноническая теорема Лиувилля-Арнольда для 3-х степеней свободы, см. [13]}\}.$$

2. Многомерный случай аннигиляции КАМ-торов и КАМ-динамики сводится к трехмерному случаю посредством вложения многомерных тороидальных блоков в корректно определенное тензорное произведение (композицию) отображений $(g^t_{\Gamma,normal})^N$.

Корректность тензорного произведения (композиции) следует из того, что прямолинейный поток $g^t_{\Gamma,normal}$ на евклидовой 3d-решетке является каноническим прямолинейным потоком на трехмерной бутылке Клейна.

Соответственно, $(n > 3)$-мерные тороидальные блоки, как топологические многообразия, являются просто аффинными картами на циклах соответствующей размерности прямого произведения N экземпляров канонической трехмерной бутылки Клейна Kl^3. Таким образом, теорема доказана.

13. Схема конструктивной коррекции аффинно аналитической КАМ-теории

Пока лишь схематично опишем схему эквивариантной коррекции КАМ-теории, поскольку она должна касаться всех объектов и структур КАМ-теории и в целом очень объемна.

Основная суть коррекции состоит в том, что в случае односвязного конфигурационного пространства геометрия отображения $exp(\mathbb{S}^3)$ в точности является реализацией отображения фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона, описывающих динамику классического твердого тела.

В частности, отображение прямолинейного потока $\boldsymbol{l}(\boldsymbol{Kl^3})$ на 3d-бутылке Клейна представляет фазовый поток уравнений Пуассона - кинематической части уравнений Эйлера-Пуассона.

В частности, это дает ***очень красивую каноническую механическую и, одновременно, «физическую суперсимметричную» реализацию трехмерной бутылки Клейна***:

- конфигурационные переменные (направляющие косинусы) - это канонические четные переменные на многообразии $\boldsymbol{Kl^3}$ (переменные на симметрическом отождествлении фундаментальной кубической области евклидовой 3d-решетки $\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$– отождествлении четной степени на фундаментальном 2d-кубе K^2);
- импульсные переменные (угловые скорости) - это канонические четные переменные на $\boldsymbol{Kl^3}$;
- ***время для канонической параметризации фазовых траекторий УЭП – это каноническая переменная на каноническом диагональном цикле*** $\boldsymbol{Kl^3}$ (это указывает на то, что этот диагональный цикл представляет модель реального времени – см. также [11]).

Следствие Теоремы 1. Функция $\boldsymbol{exp\, F\big(t, v_*(t), v^*(t)\big)}$ является конструктивным контрпримером к сценариям КАМ-хаоса в динамике классического твердого тела, описываемой фазовым потоком уравнений Эйлера-Пуассона (см. [1]).

Схематично, классические типы сценариев хаотизации в этом случае выглядят следующим образом в соответствии с типами описания фазового потока, используемыми в механике (см. [5], [6]).

«Эйлеров» сценарий:

$$exp\, F\big(t, v_*(t), v^*(t)\big)(TS^3) \cong g^t_{Euler}$$

$$\Updownarrow$$

{сценарий коррекции гиперболического хаоса} ⟺ {коррекция «расщепления сепаратрис»}.

***«Лагранжев» сценарий*:**

$$exp\,F\big(t, v_*(t), v^*(t)\big)(NS^3) \cong g^t_{Lagrange}$$

$$\Updownarrow$$

{сценарий коррекции «эллиптического хаоса»}

$$\Updownarrow$$

{коррекция «рождения бесконечного числа невырожденных периодических фазовых траекторий»}.

***«Диагональный» сценарий (сценарий «Ковалевской»)*:**

$$exp\,F\big(t, v_*(t), v^*(t)\big)(TS^3 \cong NS^3) \cong g^t_{Kowalewskaya}$$

$$\Updownarrow$$

{сценарий коррекции «плоского хаоса»}

$$\Updownarrow$$

{коррекция «ветвления фазовых траекторий в плоскости комплексного времени»}

$$\Updownarrow$$

{каноническое двулистное автонакрытие сепаратрисы динамики волчка Эйлера}

$$\Updownarrow$$

{групповой конечно-порожденный комплекс интегрируемых случаев уравнений Эйлера-Пуассона над глобальным аналитическим временем, гипотетически – реальным временем, см. [11]}.

14. Скрытая Галуа-симметрия евклидова трехмерия, не учитываемая КАМ-теорией

Математической моделью отображения $exp\,\mathbb{S}^3$ является каноническая функциональная (т.е. бесконечномерная) групповая Галуа-структура на больших кругах на сфере $\mathbb{S}^3$.

Фундаментальная парадоксальная геометрическая реализация* отображения $exp\,\mathbb{S}^3$*–прямолинейный поток на трехмерной евклидовой решетке, имеющий автоприсоединенную групповую структуру.

Экспоненциальное отображение $exp\,\mathbb{S}^3$ также имеет каноническую групповую структуру

- *аналитического* центрального подобия;
- аналитического центрально-подобного вращения

стандартного 2d-куба в евклидовом трехмерии $\mathbb{E}^3$ относительно выделенного центра этого пространства.

Отображение $exp\,\mathbb{S}^3$

- представляет каноническое универсальное расширение классической группы Галуа S_4 (односвязное в случае конфигурационной размерности 3);

- изоморфна функциональной группе с ***каноническим одномерным генератором*** – производной группой Галуа $[Gal\ \mathbb{Q}(t), Gal\ \mathbb{Q}(t)]$ (см. [1], [2]).

Критически важно отметить, что данная групповая симметрийная Галуа-структура реализуется (математически корректна) только для конфигурационной размерности, равной 3-м – конфигурационной размерности модельного физического пространства.

Действие отображение $exp\ \mathbb{S}^3$ ***отводит роль*** *неэквивариантного сечения* ***для*** *конечномерного аффинного тороидального слоения Лиувилля-Арнольда.*

Это слоение, теоретико-множественно погруженное в орбиту действия отображения $exp\ \mathbb{S}^3$ становится неэквивариантным множеством элементов – множеством элементов, не связанных эквивариантной групповой операцией (определенной на функциональном пространстве больших кругов на $\mathbb{S}^3$.

Замечание. Стягиваемость аффинной КАМ-тородоидальной динамики над $\mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$ в точку *не означает стягиваемости объемлющего фазового пространства – пространства ее секущей динамики*: нейтральный элемент групповой решетки Γ_{normal} лежит на формальной бесконечности $\mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$-времени рассматриваемых динамических систем и поэтому прямолинейный поток $g^t_{\Gamma_{normal}}$ на ней нестягиваем над $\mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$.

В механическом (физическом) смысле это означает, *что вращательной (спиновой) стягиваемости нет* (т.*е., вращение в* $\mathbb{E}^3$*, или изотропность* $\mathbb{E}^3$ *– топологический инвариант*), а в математическом смысле – то, что есть аффинная (локальная) стягиваемость, но нет глобальной стягиваемости.

15. Независимость некорректности топологически невырожденной КАМ-теории от ее класса гладкости

Теорема 2. (*каноничность аналитического класса гладкости для топологически невырожденной КАМ-динамики*). Для топологически невырожденных интегрируемых по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем конечномерные аффинные тороидальные блоки Лиувилля-Арнольда и соответствующая условно-периодическая динамика на них с любым классом гладкости канонически вкладываются в модельную аналитическую динамику - подходящую конечную тензорную степень отображения канонического прямолинейного потока на трехмерной бутылке Клейна $(g^t_{\Gamma,normal})^N$.

Схема доказательства Теоремы 2 такова:

- отображение $(g^t_{\Gamma,normal})^N$ является транзитивным отображением
  - на множестве аффинных блоков Лиувилля-Арнольда любой размерности,
  - на условно-периодической динамике этих блоков;
- аффинные блоки Лиувилля-Арнольда являются аффинными картами на орбите отображения $(g^t_{\Gamma,normal})^N$ – соответствующей тензорной степени канонического прямолинейного потока $l(Kl^3)$ на трехмерной бутылке Клейна Kl^3;
- класс гладкости как аффинных блоков Лиувилля-Арнольда, так и их условно-периодической динамики, не является инвариантом отображения $(g^t_{\Gamma,normal})^N$: поэтому любой класс гладкости автоматические продолжается до аналитического класса гладкости отображения $(g^t_{\Gamma,normal})^N$, и соответственно, - отображения $exp\ \mathbb{S}^3$.

16. Актуальность выявления некорректности КАМ-теории и конструктивное преодоление возникающих на этом пути проблем

Актуальность выявления некорректности КАМ-теории, прежде всего, обусловлена «динамически локальным» искажением описания реальной динамики консервативных (гамильтоновых) массивных физических систем.

Но имеется серьезная методологическая трудность по преодолению такого искажения, состоящая в том, что ***КАМ-теория глубоко и прочно укоренилась в статусе «фундаментальной теории возмущений» для гамильтоновых динамических систем***.

«Компьютер рисует хаос» - эта фраза активно используется, как ни странно, ведущими специалистами в области динамических систем как аргументация практической верификации КАМ-теории. Даже комментировать неловко то, что ***компьютер рисует то, что ему «сказал неэквивариантный алгоритм»***, составленный (одним из таких специалистов) в классическом аффинном времени $\mathbb{R}$.

Эффект правдоподобия картины компьютерного КАМ-хаоса состоит в том, что сущностно неэквивариантные компьютерные визуализации (под видом эквивариантных) представляют порой визуально красивые фазовые КАМ-фракталы (стационарные двумерные и трехмерные), которые сопровождаются «правдоподобными физическими комментариями». Визуальная красота таких фрактальных структур также создает эффективный *методологически манипуляционный* инструмент для «псевдопонимания» и, таким образом, для, пусть даже и неумышленного, продвижения КАМ-теории. И все это происходит, начиная с 70-х годов прошлого века.

Гораздо ближе находятся к эквивариантности и физической реальности трехмерные динамические визуализации виртуальной реальности, включающие, например, автопилотирование и анимацию в продвинутых компьютерных играх и киноиндустрии.

В частности, такие программные визуализации демонстрируют корректную реакцию движущихся массивных систем на действие на них гравитации. И можно быть уверенным, что производители этих программных продуктов незнакомы с запрещающей возможность это сделать КАМ-теорией.

Выделим отдельно такую причину кажущейся правдоподобности КАМ-хаоса как ***странные аттракторы***, являющиеся инвариантными множествами гамильтоновых систем. Они, действительно, выглядят как хаотические фазовые инвариантные множества.

Но эта «типа хаотическая» (стационарно хаотическая) динамика, в итоге, (после перенормировки на корректное время) оказывается сложно организованной детерминированной динамикой, строго математически описываемый ***непрерывной версией теоремы Лиувилля-Арнольда*** (см. [2]).

Корректная же визуализация, требует создания алгоритмов нового уровня сложности. Она *базируется на еще не разработанном трехмерном аналоге классического гармонического анализа Фурье* с базисом в виде специальных функций из нового по уровню класса трансцендентности; представителем такого класса трансцендентности является общее решение уравнений Эйлера-Пуассона из [1].

В этом ключевом (генерирующем) случае, канонический базис для трехмерных Фурье-разложений - это базис пространства L-функций эллиптических кривых с рациональными коэффициентами, который, в соответствии с алгебраической интерпретацией указанного общего решения (см. [1], [2]), является конечным.

Отметим, что трехмерный гармонический анализ, описывая физические процессы с физическим числом степеней свободы, несомненно несет в себе огромный прикладной потенциал.

Литература

[1] Абраров Д.Л. Точная разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона: дзета-функции и глобальная динамика. М.: Научный мир, 2021, 614 с.

[2] Abrarov D.L. General solution of the Euler-Poisson equations as a generator of universal perturbations theory in the context of the Langlands program and applications to problems of the theory of elementary particles and optimal control in real physical time. Intellectual Archive, natural science, mathematics, 91 p., www.IntellectualArchive.com

[3] Hyubrechts D. Lectures on K3 Sufaces. Cambridge University Press, 2016, 485 p.

[4] Wiles A. Modular elliptic curves and Fermat's last theorem// Ann.Math.(2). 1995. V.141. p. 443-551.

[5] Козлов В.В. Симметрии, топология и резонансы в гамильтоновой механике. Ижевск: Изд-во Удм. Ун-та, 1995

[6] Борисов А. В., Мамаев И.С. Динамика твердого тела. Ижевск. НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2001, 384 с.

[7] Козлов В.В. Софья Ковалевская: математик и человек. УМН, 2000 г., т. 55, Вып. 6 (336), с.159-172.

[8] Абраров Д.Л. Точная разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона как АнтиКАМ-теория. Видео на YouTube.

[9] Taylor R.,Wiles A. Ring-theoretic properties of certain Hecke algebras// Ann.Math.(2). 1995. V.141. p. 551–613.

[10] Желобенко Д.П. Основные структуры и методы теории представлений. М.: МЦНМО, 2004, 488 с.

[11] Abrarov D.L. General solution of the Euler-Poisson equations as the canonical functional exponent associated with the Riemann zeta-function in real-time context// Intellectual Archive, natural science, mathematics, 78p, www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMlNlF&orig_file=AbrarovDLexp.pdf

[12] Abrarov D.L. Integrability of the general Euler-Poisson equations as the canonical simply connected analytic Liouville-Arnold theorem//Intellectual Archive, natural science, mathematics, 24 p. www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=4dHOAiYNeoN&orig_file=AnalyticL- ArnoldTheorem.pdf

[13] Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1974. 432 с.