GENERAL SOLUTION OF THE EULER-POISSON EQUATIONS

AS A CANONICAL FUNCTIONAL EXPONENT ASSOCIATED WITH THE RIEMANN ZETA-FUNCTION IN REAL-TIME CONTEXT

D.L. Abrarov
abrarov@yandex.ru

Annotation. The Euler-Poisson second-order differential equations describing the analytic dynamics of tops determine the canonical functional exponent $exp\,\zeta\big(s,\Delta_{12}(q)\big)$ as the canonical functional analogue of the classical exponent. This is a key mathematical aspect of the canonical solvability of the Euler-Poisson equations. This exponent is a canonical analytic generalized function ([1]). It has a hidden autorecursive 3d-vector-valued structure and is the general solution of these dynamic equations, which the normal form is already the first order differential supersymmetric Kowalewskaya equations.

The classics skips this general solution neglecting of the functional symmetry of the time reversibility of the Hamiltonian of the original equations. The Euler-Poisson equations have a hidden functional and supersymmetric Galois structure induced by this formally simple, but, in fact, fundamental symmetry (autorecursively symmetrizing the signs of the classical solutions-theta-quadratures). The Euler-Poisson equations are solvable equations in the canonical sense of the canonical functional analogue of the classical Galois theory.

The function $exp\,\zeta\big(s,\Delta_{12}(q)\big)$ represents the potential of the $\mathbb{C}$-analytic flow of great circles on the 3d-sphere, as well as, the potential of self-conjugation in the space of functional quaternions and the potential of the ball gravitational dipole ([1]). The L-function $\zeta\big(s,\Delta_{12}(q)\big)$ represents the general solution of the differential kinematic Poisson equations and the conjugation potential in the space of functional quaternions. The phase flow of the Euler-Poisson equations is an SO(3)-realization of the canonical functional exponent; it has the structure of a canonical mapping of the central symmetry of the 3d-sphere, which is equivalent to the self-conjugation of analytic time (hypothetical real time).

Conjectures concerning the dynamical role of the Riemann zeta function ζ(s) are formulated: the exponent of ζ(s) ("dynamic ζ(s)") is a universal canonical multidimensional functional real exponent representing the Hamiltonian of basic equivalent Hamiltonian systems: the self-oscillations of an infinite-linked mathematical pendulum about its vertical equilibrium, the analytical dynamics of 3d-ball and the universal gyroscope.

Conjectures concerning the dynamical role of ζ(s) as the Hamiltonian of oscillations of the universal pendulum in strictly vertical equilibrium ("kinematic ζ(s)") and as the potential of adiabatic time; a conjecture concerning its metric role in the context of a universal generalization of the modular parametrization property of semistable elliptic curves E/$\mathbb{Q}$ are given.

Keywords: *Euler-Poisson equations, global 3d-sphere, analytic Galois theory, equivariant L-solvability, fields $\mathbb{F}_0$(s) & $\mathbb{F}_1$(s), real physical time, modular adeles, modular quaternions, L-functions $\zeta\big(s,\Delta_{12}(q)\big)$ & L(s,E/ $\mathbb{Q}$), analytic dipole & monopole, functional L-linearization, 3d-Klein bottle $Kl^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})$, "-1/12" as Euler characteristic of the global 3d-sphere, equivariant differential Galois theory, universal elliptic curve E/$\mathbb{Q}$, modular parametrization of E/$\mathbb{Q}$ curve, $Kl^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})$-geometry & mechanics of Wiles-Taylor proof in the context of Fermat's Last theorem and Beal's conjecture, universal gyroscope, analytical Higgs mechanism, inductive structure of the Riemann zeta function as the Hamiltonian of the universal vertical mathematical pendulum, universal modular parametrization.*

1. Введение

В данном тексте продолжается начатая в [1] детализация различных аспектов эффекта точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона, объемно описанного в монографии [2].

Многоаспектность аргументации связана с нетривиальностью не только его парадоксальной механической интерпретации автоколебаниями классического математического маятника в вертикальном равновесии (автоколебаниями вертикального маятника), но и со сложностью описывающей его математики.

Для механиков оказывается сложной не только возникающая математика, но и зримая несовместимость эффекта точной разрешимости с основополагающими классическими представлениями теоретической механики, включая сложившуюся точку зрения о неразрешимости уравнений Эйлера-Пуассона в случае общего положения параметров.

Например, здесь возникает коллизия по так называемому «эффекту Джанибекова»: классика его описывает приближенно, аппроксимируя сепаратрисное движение волчка Эйлера. Эффект же точной разрешимости описывает кувырок «гайки Джанибекова» как одно из точных частных решений уравнений Эйлера-Пуассона (решение Горячева-Чаплыгина), представляемых типом разрешения сепаратрисы отображением их симметрии обратимости по времени. В этом контексте эффекты Джанибекова и точной разрешимости эквивалентны.

Для математиков проблему представляет не только «механическая сторона» задачи, но и неожиданная «удовлетворяемость» специальных L-функций (ассоциированными с арифметической и диофантовой геометрией) обыкновенным дифференциальным уравнениям, и тем более, уравнениям из классической механики.

Проблемой также является и возникающие противоречия эффекта точной разрешимости с классической теорией Колмогорова-Арнольда-Мозера. Общее L-функциональное решение уравнений Эйлера-Пуассона оказывается ее конструктивным потенциалом и является контрпримером к КАМ-теории для данных уравнений.

Например, все классические эффекты неинтегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона – эффекты расщепления сепаратрис, рождения бесконечного числа невырожденных периодических решений и ветвления решений в плоскости комплексного времени – все эти препятствия к интегрируемости аннигилируют при их вложении в функциональное уравнение для общего решения.

Все эти сложности продвижения «точной разрешимости» ведут к большому числу итераций аргументации: уточнятся ее фокусировки, проводится ее детализация, вводятся уточняющие конструкции и интерпретации, делаются дополнительные согласования с накопленной информацией, в том числе, и с экспериментальной, исправляются неточности и ошибки.

Но работа по адаптации эффекта точной разрешимости, по мнению автора, все же должна проделываться не только в силу его фундаментальной теоретической значимости, но и в силу его значительного прикладного потенциала, поскольку постепенно выявляется непосредственная связь точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона с реальным временем.

Данный текст находится в указанном адаптационном русле и, в основном, имеет презентационный формат, но с выборочной тематической и понятийной детализацией. Основное количество используемых, но неопределяемых в тексте понятий, находится в работах [1], [2].

Смысловую фокусировку текста можно сформулировать как «каноническое экспоненциальное фактор-самоподобие физического пространства-времени», непосредственно связанное с динамикой волчков.

При этом, такая акцентировка подчеркивает квантовую и релятивистскую природу исходной классической задачи, переходящую в классическую ситуацию при снятии фактор-структуры. Поскольку данная фактор-структура индуцирована симметрией обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона, то это устанавливает роль эффекта точной разрешимости просто как канонического расширения классики посредством такой фундаментальной симметрии.

Геометрически это выражается канонической некоммутативной релятивистской версией классической теоремы Лиувилля-Арнольда ([2]), где роль коммутативных прямолинейных обмоток лиувиллевых торов играют некоммутативные L-функциональные прямолинейные обмотки канонического некоммутативного тора – абсолюта канонического функционального пространства Лобачевского ([2], п. 58). Экспоненты таких эквивариантных L-функций и представляют кинетический момент массивных волчков, приобретающий гироскопический смысл.

Аналитическое выражение такой некоммутативной геометрии – «адельная версия теоремы Лиувилля-Арнольда», стыкующаяся по своим ингредиентам с программой Ленглендса.

2. Глобальная трехмерная сфера как абсолютная система отсчета для уравнений Эйлера-Пуассона

Обыкновенные дифференциальные уравнения Эйлера-Пуассона, рассмотренные над классическим афинным $\mathbb{C}$-временем, в силу их гамильтоновой инвариантности относительно внутренней симметрии $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ обратимой по $\mathbb{C}$-времени, оказываются соотношениями однозначно определяющими канонический поток больших кругов $g^s_{\mathbb{S}^1_{big}}(\mathbb{S}^3(\mathbb{C}))$ на $3d$-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$.

Ключевым моментом является тот факт, что $3d$-сфера $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ является *глобальным многообразием*. Это означает, что $3d$-сфера $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, как топологическое пространство, имеет единственную карту своего атласа в виде канонической $4d$-решетки с выделенной вершиной. Индуцированная фактор-топология на $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ является топологией множества больших кругов $\mathbb{S}^1_{big}(\mathbb{S}^3(\mathbb{C}))$ на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, рассмотренной как множество точек, удаленных на расстояние 1/2 в евклидовом $4d$-пространстве $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$ от центра O пространства $\mathbb{E}^4(\mathbb{C})$.

В таком «центрированном на ее большие круги» представлении $3d$-сфера $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ оказывается аналогичной тору (и действительно, оказывается «каноническим функциональным тором»), а канонически определенный поток больших кругов $g^s_{\mathbb{S}^1_{big}}(\mathbb{S}^3(\mathbb{C}[s]))$ - его прямолинейной обмоткой.

Но сразу отметим, что такое *глобальное решеточное представление реализуется только для случая трехмерной сферы* в силу Галуа-разрешимой специфики размерности «4» объемлющего пространства.

Получаемое каноническое решеточное функциональное представление сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$:

- имеет вид нейтрального элемента $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong \mathbb{S}^3(\mathbb{C})/id\, \mathbb{Z}_{2,an}(s \to -s)$ общего аналитического $SO(3)$-вращения, представляющего, в итоге, экспоненту канонического потока больших кругов $g^s_{\mathbb{S}^1_{big}}(\mathbb{S}^3(\mathbb{C}))$ на 3d-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ ([2]);

- представляет образ нейтрального элемента групповой аналитической инволюции $\mathbb{Z}_{2,an}(s \to -s)$ обратимости по $\mathbb{C}$-времени уравнений Эйлера-Пуассона;
- имеет каноническую фактор-групповую структуру.

Физический смысл $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ – *абсолютная система отсчета для фазовой динамики уравнений Эйлера-Пуассона.*

Механический смысл $3d$-сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ – *конфигурационное пространство вертикального равновесия классического маятника.*

Теорема 1. Трехмерная сфера $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ является глобальным функциональным топологическим многоообразием. Сфера $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ обладает канонической глобальной связностью, определяемой канонической функциональной решеточной фактор-групповой структурой пространства больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, и имеет вид:

$$\left\{\begin{matrix} 3d - \text{сфера } \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \text{ является многообразием} \\ \text{с атласом из одной карты } \mathbb{E}^4(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4/O \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{ \text{каноническая глобальная } 3d - \text{сфера } \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{сфера } \mathbb{S}^3, \text{фактор} - \text{групповая } A_5 - \text{триангуляция} \\ \text{на больших кругах } \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong \mathbb{E}^4(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4/O \end{matrix}\right\},$$

где $\mathbb{E}^4(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4/O$ – стандартная $4d$-решетка в евклидовом $4d$-пространстве $\mathbb{E}^4(\mathbb{C})$ с выделенной вершиной (узлом) O.

Схема доказательства (подробнее см. [1]).

Имеет место изоморфизм $\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4/O \cong \mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4/id\, Transl_{\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4/O} \cong \mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4/id\, Transl_{\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4}$, где отображение $id\, Transl_{\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4}$:

- является нейтральным элементом фактор-группового отображения канонического параллельного переноса $Transl_{\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4}$ на решетке $\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4/O$;
- имеет групповую структуру с генератором, изоморфным простой группе A_5;
- имеет аффинный нетеров $id\, Transl_{\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4}$-инвариант

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 1, \text{ где}$$

$x_i \in \mathbb{C},\ i = 1, \ldots, 4$ – канонические аффинные координаты в $\mathbb{E}^4(\mathbb{C})$.

Имеется глобальный топологический изоморфизм:

$$\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})(x_1, x_2, x_3, x_4) \cong \mathbb{E}^2(\mathbb{C})(x_1, x_2) \oplus_{id\, Transl_{\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4}} \mathbb{E}^2(\mathbb{C})(x_3, x_4).$$

И $Generator\ id\, Transl_{\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4} \cong id(Ker(\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4 \xrightarrow{surjection} \mathbb{E}^2/\mathbb{Z}^2)) \cong id\, PGL_2(\mathbb{Q}(s)) \cong A_5$ (см. [2]).

Замечание. Данная диагональ для базовой решетки существует только в размерности 4 (см. [1]).

Данное решеточное представление $3d$-сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, как глобального многообразия, позволяет линеаризовать и, соответственно, точно решить уравнения Эйлера-Пуассона, поскольку отображение $g^s_{\mathbb{S}^1_{big}}(\mathbb{S}^3(\mathbb{C}[s]))$ потока больших кругов на $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ топологически изоморфно:

- фазовому пространству уравнений Эйлера-Пуассона;
- присоединенному прямолинейному потоку на стандартной $4d$-решетке $\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4/O$;
- присоединенному прямолинейного потоку $l(Kl^3(\mathbb{C})$ на $Kl^3(\mathbb{C})$ ($3d$-бутылке Клейна), где $Kl^3(\mathbb{C}) \cong (\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4/O)/id\ Transl_{\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4}$.

Многообразие $Kl^3(\mathbb{C})$ также имеет следующие эквивалентные представления (подробнее в п. 36):

- *канонический конус в решетке* $\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4/O$;
- орбита канонического односвязного двулистного *авто*накрытия $3d$-решетки $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3/O_{pr}$ с присоединенной групповой структурой, где:
  - $O_{pr} \cong Image_{pr}(O)$, где pr – отображение естественной проекции $\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4/O \overset{pr}{\to} \mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$,
  - точка O_{pr} представляет *фактор-центр*: множество центров ячеек $3d$-решетки $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ с выделенной ячейкой – нейтральным элементом множества таких центров с канонической групповой фактор-структурой, описанной в [2];
- орбита канонической гомотетии $3d$-решетки $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3/O_{pr}$ с присоединенной фактор-групповой структурой на ее канонической главной диагонали.

Соответственно, экспоненциальное отображение $exp\ g^{s}_{\mathbb{S}^1_{big}}(\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}[s]))$ корректно определено и аналитически изоморфно:

- фазовому потоку уравнений Эйлера-Пуассона;
- экспоненте присоединенного прямолинейного потока на стандартной $4d$-решетке $\mathbb{E}^4/\mathbb{Z}^4/O$;
- экспоненте присоединенного прямолинейного потока $l(Kl^3(\mathbb{C})$ на $3d$-бутылке Клейна $Kl^3(\mathbb{C})$.

3. Схематичное описание точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона как односвязной аналитической теории Галуа в контексте реального времени

Теорема 2. В канонических координатах на отображении $l(Kl^3(\mathbb{C})$ имеют место формулы (см. [1], [2]):

$$id\ \exp(l(Kl^3(\mathbb{C}))|_{\mathbb{C}} = \zeta(s, \Delta_{12}(q)) \text{ и}$$

$$exp(l(Kl^3(\mathbb{C}))|_{\mathbb{C}} = exp\ \zeta(s, \Delta_{12}(q)),$$

где $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ – дзета-функция формы $\Delta_{12}(q)$.

Замечание. Отображение $exp(l(Kl^3(\mathbb{C}))$ имеет смысл:

- канонической односвязной компактификации классической $\mathbb{C}$-экспоненты *exp z*,
- канонического односвязного аналитического продолжения $\mathbb{C}$-экспоненты *exp z* в $z = \infty$.

поскольку, как несложно показать, классическая экспонента $exp\ z$ является ее аффинно односвязной декомпактификацией (аффинной проекцией) с ядром $\mathbb{Z}_2(s \to -s)|_{s=\infty}$.

Теорема 3. Связь отображения $exp(l(Kl^3(\mathbb{C}))$ с исходными уравнениями реализуется корректно определенными отображениями проекций корректно определенного глобального дифференциала d на аффинное $\mathbb{C}$-время (см. п.2 и [2]):

$$d(exp_{\mathbb{C}|\mathbb{R}}(\mathbb{E}^4(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4/O)) \Leftrightarrow d(\exp(l(Kl^3(\mathbb{C})))|_{\mathbb{C}}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{ \text{ динамические уравнения Эйлера над } \mathbb{C} - \text{временем } \},$$

$$d(id\ exp(l(Kl^3(\mathbb{C})))|_{\mathbb{C}}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{ \text{ кинематические уравнения Пуассона над } \mathbb{C} - \text{временем } \},$$

$$d(\exp(l(Kl^3(\mathbb{C})))|_{\mathbb{C}}/d(id\ \exp(l(Kl^3(\mathbb{C})))|_{\mathbb{C}}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{ \text{ уравнения Эйлера } - \text{ Пуассона над } \mathbb{C} \},$$

$$\Updownarrow$$

$$exp_{\mathbb{C}|\mathbb{R}}(\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C}|\mathbb{R})) \cong exp_{\mathbb{C}|\mathbb{R}}(\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}|\mathbb{R}))).$$

Следствие 1. Функция $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ – общее решение уравнений Пуассона.

Следствие 2. Функция $exp\ \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ – общее решение уравнений Эйлера-Пуассона.

Область определения отображения $id\ exp(l(Kl^3(\mathbb{C}))$:

- модулярные кривые (кривые, параметризующие эллиптические кривые $E/\mathbb{Q}$), пополненные своими нейтральными элементами и где имеется топологический изоморфизм;
- $id\ l(Kl^3(\mathbb{C})) \cong \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ – универсальная модулярная кривая.

Область значений отображения $id\ exp(l(Kl^3(\mathbb{C}))$:

- эллиптические кривые $E/\mathbb{Q}$, пополненные своими нейтральными элементами и где имеется топологический изоморфизм;
- $l(Kl^3(\mathbb{C})) \cong id\ exp(l(Kl^3(\mathbb{C})) \cong\ id\ g^s_{\mathbb{S}^1_{big}}(\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}[s])) \cong N\mathbb{S}^3_O$ – универсальная эллиптическая кривая $E/\mathbb{Q}$, представляемая нормальным расслоением $N\mathbb{S}^3_O$.

В силу *авто*рекурсивной и фактор-групповой Галуа структуры отображений:

- $l(Kl^3(\mathbb{C})) \cong Transl(\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4)/id\ Transl(\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4) \cong$
  $\cong Ker(\mathbb{E}^4_O/\mathbb{Z}^4 \xrightarrow{surjection} \mathbb{E}^1(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^1) \cong Gal\ \mathbb{Q}(s)/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s);$
- $id\ exp(l(Kl^3(\mathbb{C})) \cong [Transl(\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4), Transl(\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4)] \cong [Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)],$

представляющих каноническую групповую фактор-гомотетию решетки $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3/O_{pr}$ относительно центра ее выделенной ячейки (центра фундаментального куба),

отображение $id\, exp(l(Kl^3(\mathbb{C}))$ – *3d-векторнозначно* $(mod\mathbb{Z}_2)$ как $\mathbb{Z}_3$-градуированная присоединенная групповая гомотетия центрированной $3d$-решетки $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3 \cong \mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3/O_{pr}$, где $\mathbb{Z}_2$-градуировка «$mod\,\mathbb{Z}_2$» соответствует $\mathbb{Z}_2$-градуированной структуре коммутанта $[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)]$.

В силу 2-листности сюръективного отображения накрытия (естественной проекции)

$$exp(l(Kl^3(\mathbb{C})) \to id\, exp(l(Kl^3(\mathbb{C}))$$

отображение $exp(l(Kl^3(\mathbb{C}))$ *– 3d-векторно-значно.*

Функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ и $exp\, L(s, E/\mathbb{Q})$ представляют собственные сечения (циклы) отображений $id\, exp(l(Kl^3(\mathbb{C}))$ и $exp(l(Kl^3(\mathbb{C}))$ соответственно.

Следствие 3. Функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ представляют полное пространство решений уравнений Пуассона над комплексным временем $\mathbb{C}$.

Следствие 4. Функции $exp(L(s, E/\mathbb{Q}))$ представляют полное пространство решений уравнений Эйлера-Пуассона над комплексным временем $\mathbb{C}$.

Каноническая механическая модель уравнений Эйлера-Пуассона сводит их к канонической гамильтоновой аналитической системе с одной *глобальной аналитической* степенью свободы – автоколебаниям классического маятника вокруг вертикального равновесия (*колебаниям канонического аналитического маятника*).

Важно подчеркнуть, что классический маятник – это аналитическая динамическая система и его вертикальное равновесие является корректным аналитическим продолжением его двояко-асимптотической динамики в ее гиперболическую особенность. И эта классическая аналитичность имеет квантовую (а не классическую) реализацию специальных автоколебаний (а не неподвижную классическую статику вертикального маятника) (см. [1], [2]).

Теорема 4. Каноническая модель уравнений Эйлера-Пуассона эквивалентна канонической односвязной теории аналитических возмущений математического маятника (см. [1], [2]):

$$\{\text{ фазовый поток уравнений Эйлера} - \text{Пуассона над } \mathbb{C} - \text{временем}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{фазовый поток } g^s_{pend,s=\infty} \text{ автоколебаний над } \mathbb{C} - \text{временем} \\ \text{классического математического маятника около вертикального равновесия } - \\ \text{инвариантного многообразия с гамильтонианом } (\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)\} \\ \text{в } SO(3) - \text{представлении и с гамильтонианом } \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) - \text{ в } PGL_2 - \text{представлении –} \\ \text{глобальной непрерывной функцией Морса на сфере } \mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} g^s_{pend,s=\infty} \text{ каноническое диагональное (центрально} - \text{симметричное) представление} \\ \text{корректно определенной экспоненты } exp\big(l\big(Kl^3(\mathbb{C})\big)\big) \\ \text{прямолинейного потока } l(Kl^3(\mathbb{C})) \\ \text{на } 3d - \text{бутылке Клейна } Kl^3(\mathbb{C}) \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Каноническая аналитическая } 1d - \text{степенная теорема Лиувилля} - \text{Арнольда:}\\ \text{лиувиллев тор } - \mathbb{S}^3(\mathbb{C})/id\ Gal\ \mathbb{Q}(s) \cong \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}),\\ \text{прямолинейная обмотка на торе } - \mathbb{S}^3(\mathbb{C})/Gal\ \mathbb{Q}(s)\\ \text{лиувиллево слоение } - \mathbb{S}^3(\mathbb{C})/[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]\\ \text{КАМ} - \text{теория} - \mathbb{S}^3(\mathbb{C})/Ad[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]\end{array}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Каноническая односвязная аналитическая перенормировка}\\ \text{классической гладкой } 3d - \text{степенной}\\ \text{теоремы Лиувилля} - \text{Арнольда}\end{array}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Каноническая односвязная } 3d - \text{степенная теорема Лиувилля} - \text{Арнольда}\\ \text{для фазовых состояний (точек),}\\ \text{включая универсальную неподвижную точку}\\ \text{на } 3d - \text{бутылке Клейна } Kl^3(\mathbb{C}) \text{ (точки закрепления волчков)}\end{array}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Статистическая версия теорема Лиувилля} - \text{Арнольда:}\\ \text{динамика равновесного ансамбля фазовых состояний}\\ \text{уравнений Эйлера} - \text{Пуассона}\end{array}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Теория когомологий канонической односвязной}\\ \text{функциональной экспоненты } exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) -\\ \text{канонической кватернионной экспоненты (см. [1])}\end{array}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\ \text{Теория когомологий функциональных кватернионов}\ \}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\ \text{Каноническая односвязная аналитическая теория Галуа}\ \}$$

Гипотеза. В соответствии с аргументацией п. 59 можно предположить, что:

$$\{\ \text{Эффект точной разрешимости уравнений Эйлера} - \text{Пуассона}\ \}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\ \text{Аналитическая Галуа} - \text{перенормировка формального } \mathbb{C} - \text{времени}\ \}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\ \text{Каноническая перенормировка на физическое (реальное)время}\}$$

4. Каноническая двойственность «однородность⟷изотропность» модельного пространства-времени уравнений Эйлера-Пуассона, как его каноническая эквивариантная непрерывная Галуа-структура

Уравнения Эйлера-Пуассона с физической точки зрения являются локальной (аффинной над $\mathbb{R}$-временем) моделью описания движения массивных волчков в классическом плоско-параллельном поле тяжести. Они используют стандартное векторное произведение $[\,,]_{\mathbb{R}^3}$ в линейном аффинном пространстве $\mathbb{R}^3$ для оперирования с векторнозначными переменными данных уравнений.

С другой стороны, на исходные уравнения можно смотреть геометрически как на дифференциальный способ описания общего аналитического вращения твердых тел вокруг неподвижной точки в модельном трехмерном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3$. Под твердостью тела в классическом рассмотрении понимается его геометрическая жесткость в евклидовой метрике.

Такое описание эквивалентно аффинной кодировке уравнениями Эйлера-Пуассона свойств однородности и изотропности базового пространства-времени, в котором эволюционируют волчки.

Действительно, «аффинно однородное» векторное произведение $[\,,]_{\mathbb{R}^3}$ допускает эквивариантное аналитическое продолжение до глобального «однородно-изотропного» векторного произведения, соответствующем указанному отображению общего аналитического вращения. Это отображение моделирует общее решение уравнений Эйлера-Пуассона, которое имеет очень естественную интерпретацию в виде:

- общего аналитического вращения сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ вокруг ее центра в четырехмерном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^4$;
- канонической односвязной аналитической центральной симметрии сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- общего аналитического качения стандартного геометрического $3d$-шара по любой выделенной прямой в трехмерном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3$.

Отметим, что такая динамика представляется каноническими односвязными аналитическими координатами на специальной ортогональной группе $SO(3,\mathbb{R})$.

Ключевой эффект состоит в том, что данная аналитическая структура является глобальной (определенной в одной карте, включающей формальную бесконечность $\mathbb{R}$-времени) и, в итоге, реализуется специальной ортогональной группой $SO(20,\mathbb{R})$ для случая $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ и группой $SO(281,\mathbb{R})$ для случая $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$.

Впрочем, данные многомерные ортогональные симметрии вполне естественны: они координатизируют общее периодическое вращение $3d$-шара (см. [1]) над $\mathbb{R}$ и над $\mathbb{C}$-временем соответственно. Параметры пространства модулей такого вращения представляют параметры интегрируемых случаев исходных уравнений.

Также данная глобальная динамическая симметрия имеет скрытую Галуа-разрешимую фактор-групповую структуру и эквивалентна отображению аналитической гомотетической фактор-инвариантности базового пространства-времени $\mathbb{E}^{3+1}_O$относительно канонического центра O.

Такая глобальная функциональная гомотетия является аналитическим автоморфизмом как модельного пространства-времени, так и фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона. Поэтому для такой гомотетической фактор-инвариантности также естественно использовать термин «самоподобие".

В этом контексте общее решение представляет эквивалентные отображения канонических односвязных аналитических самоподобий $3d$-сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ (пуассоново представление) и $4d$-сферы $\mathbb{S}^4(\mathbb{C})$ (симплектическое представление), имеющих соответствующие представления:

Пуассоново представление:

- аналитического вращения стандартной трехмерной сферы (несамосопряженное / антиавтодуальное представление канонического односвязного аналитического фактор-группового 2-листного накрытия $\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C}) \xrightarrow{2:1} \mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$);
- канонического односвязного аналитического 2-листного накрытия $\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \xrightarrow{2:1} \mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- канонического глобального (определенного в одной карте) односвязного аналитического изоморфизма $T_*\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$.

Симплектическое представление:

- аналитической гомотетии стандартной четырехмерной сферы (самосопряженное / автодуальное групповое представление $\mathbb{S}^4(\mathbb{C}) \xrightarrow{1:1} \mathbb{S}^4(\mathbb{C})$ канонического односвязного аналитического фактор-группового 2-листного накрытия $\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \xrightarrow{2:1} \mathbb{S}^3(\mathbb{C})$);
- канонического аналитического автонакрытия $\mathbb{S}^4(\mathbb{C}) \xrightarrow{1:1} \mathbb{S}^4(\mathbb{C})$;
- канонического глобального (определенного в одной карте) односвязного аналитического изоморфизма $T_*\mathbb{S}_O^4(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}_O^4(\mathbb{C})$.

Глобальное функциональное гомотетическое самоподобие модельного пространства-времени в контексте уравнений Эйлера-Пуассона:

- реализуется аналитической односвязной монодромией базового пространства-времени $\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$ с выделенным центром O;
- представляет каноническую аналитическую инцидентность «точка O $\leftrightarrow$ базовое пространство»;
- реализует каноническую фактор-групповую структуру на каноническом двулистном накрытии $3d$-решетки $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3/O_{pr}$ с центром O_{pr} ее выделенной фундаментальной области;
- имеет смешанную непрерывно-дискретную топологию (эквивариантную адельную топологию «сопровождающего тетраэдра», см. п. 12).

Свойство односвязности и аналитичности данного отображения самоподобия соответствует канонической двойственности свойств однородности и изотропности базового пространства-времени $\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C}) \cong \mathbb{E}^3(\text{пространство над полем } \mathbb{C}) \oplus \mathbb{E}^1(\mathbb{C} - \text{ время})$:

- реализуемой канонически (в итоге) только в случае «3+1» размерности базового пространства-времени $\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$;
- представляющей каноническое односвязное аналитическое самоподобие трехмерной сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$;
- представляющей двойственность «додэкаэдр $\leftrightarrow$ икосаэдр» в $4d$-пространстве $\mathbb{E}_O^4$:
  - имеющую каноническую авторекурсивную фактор-групповую структуру,
  - включающее точку O и формальную ∞ в свою область определения и область значений.

Аффинная координатизация этой двойственности свойств однородности и изотропности и составляет принцип получения уравнений Эйлера-Пуассона в курсах по теоретической механике.

Однако, такой подход, основанный на аффинной области определения, пропускает специальную групповую трансляционную и гомотетическую инвариантность рассматриваемых уравнений, возникающую именно над полной, более широкой и сложной (по сравнению с классической), областью определения двойственности «однородность $\longleftrightarrow$ изотропность» базового $(3+1)$-пространства-времени $\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$.

В частности, корректная область определения имеет специальную дискретно-функциональную структуру со специальной топологией:

- склеивающей вращательную, зеркальную, гомотетическую и трансляционную симметрии классического пространства-времени;
- полностью односвязно симметризующей аффинные пространственные координаты и аффинное время.

Такая топология является специальной (эквивариантной) адельной топологией – топологией канонической односвязной аналитической релятивистской квантовой симметрии (что парадоксально для аффинной классики).

Эквивариантная аналитическая релятивистская симметрия:

- является ядром стереографической проекции глобального изоморфизма
$$T_*\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$$
на классическое фазовое пространство уравнений Эйлера-Пуассона, изоморфное аффинному $6d$-пространству $\mathbb{R}^6$ (отметим тривиальность его геометро-топологической структуры и физическую безразмерность);
- представляет универсальное винтовое движение *в физическом пространстве-времени*.

Причиной возникновения такой релятивистской симметрии является скрытая внутренняя каноническая функциональная Галуа-симметрия в пространстве $\mathbb{E}^4$ (см. [1]), представляющем каноническую аффинную карту на фундаментальной двойственности «однородность $\longleftrightarrow$ изотропность» базового пространства $\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})$.

В этом контексте представление соотношения между классическим (аффинным, некорректным) рассмотрением и эквивариантным (корректным, учитывающим «обратимость по времени») рассмотрения имеет схематичный вид:

Классическое рассмотрение в геометрическом контексте:

$$\{\text{ классическое рассмотрение уравнений Эйлера} - \text{Пуассона }\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{образ стереографической проекции}\\ \text{потока больших кругов на } \mathbb{S}_O^3(\mathbb{R}) \text{ на пространство } \mathbb{R}^6\end{array}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{аффинная карта на}\\ \text{"прямолинейной обмотке" центра } O \text{ сферы } \mathbb{S}_O^3(\mathbb{R})\end{array}\right\}.$$

Эквивариантная коррекция классического рассмотрения в геометрическом контексте представляет его нормировку на канонический центр O, моделирующий «универсальную точку в закрепления аналитических волчков»:

$$\{\text{ "прямолинейная обмотка" центра } O \text{ сферы } \mathbb{S}_O^3(\mathbb{R}) \}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{двойственность «однородность } \leftrightarrow \\ \text{изотропность» пространства } \mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C}) \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{двойственность «додэкаэдр } \leftrightarrow \\ \text{икосаэдр» в } 4d - \text{пространстве } \mathbb{E}_O^4 \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{каноническая непрерывная структура (связность)} \\ \text{в векторном пространстве над } \mathbb{E}_O^3(\mathbb{C}) \end{matrix}\right\}.$$

Связь классики и ее эквивариантной коррекции в контексте уравнений выглядит так:

$$\left\{\begin{matrix} \text{классическое рассмотрение } \Leftrightarrow \\ \text{уравнения Эйлера} - \text{Пуассона} \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{неканоническая аффинная проекция} \\ \text{функциональных уравнений для функции } \zeta(s, \Delta_{12}(q)) \end{matrix}\right\}.$$

Эквивариантная аффинная однородно-изотропная коррекция этого соответствия имеет вид:

$$\left\{\begin{matrix} \text{корректная классика } \Leftrightarrow \\ \text{уравнения Ковалевской} \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{каноническая аффинная проекция} \\ \text{функциональных уравнений для функции } \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) \end{matrix}\right\}.$$

5. Эквивариантная двойственность «однородность↔изотропность» как орбита нормализующих преобразований Ковалевской и как фазовый поток математического маятника в вертикальном равновесии с потенциалом $\boldsymbol{\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)}$

Каноническая аффинная координатизация двойственности «однородность $\leftrightarrow$ изотропность» базового пространства-времени $\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$ с выделенным центром O (центром «однородности $\leftrightarrow$ изотропности») реализуется преобразованиями Ковалевской (формально относящимся непосредственно к ее случаю).

Такие преобразования имеют естественную геометрическую дифференциальную форму ([2]): они описываются «каноническим экспоненциальным дифференциальным уравнением с каноническим эквивариантным аргументом»:

$$\frac{d}{ds} Transl_{C^0}\left(\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C}[s])\right) = Transl_{C^0}\left(\mathbb{E}_O^{3}(\mathbb{C}[s])\right) \Leftrightarrow \frac{d}{ds} Z_{O_{pr},C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])} = Z_{O_{pr},C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])},$$

где $Z_{O_{pr},C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])} \cong Z_{O}^{\mathbb{E}^4(\mathbb{C}[s])}(Sym, Rot)/(Sym \cong Rot)$ – каноническое отображение непрерывной центральной фактор-групповой симметрии с фактор-центром центром O_{pr} в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])$ (ее спиральное представление как центрально-подобного вращения см. в [1]).

Связь симметрии $Z_{O_{pr},C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])}$ с преобразованиями Ковалевской имеет следующие интерпретации:

- первое уравнение Ковалевской представляет корректно определенный дифференциал теоретико-множественного представления отображения центральной симметрии сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$ (являющегося аффинно плоским отображением над $\mathbb{R}$);
- второе уравнение Ковалевской представляет корректно определенный дифференциал аффинно плоского канонического отображения центральной симметрии сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$, изоморфного каноническому отображению непрерывной центральной симметрии $Z_{O_{pr},C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{R})}$;
- переменные Ковалевской (s_1, s_2) являются каноническими аффинными переменными на симметрии $Z_{O_{pr},C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{R})}(s_1, s_2)$:

$$Z_{O_{pr},C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])}(s_1, s_2) \cong Z_{O_{pr}}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])}(Sym, Rot)/(Sym(s_1) \cong Rots_2)).$$

Замечание. Эквивариантные L-функции представляют собственные функции симметрии $Z_{O_{pr},C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])}$ и реализуют каноническую односвязную склейку знаков перед крайне нетривиальными тэта-квадратурами Ковалевской, имеющими аффинный род 2 и после такой склейки приобретающими канонический глобальный (в указанном выше смысле) род 1.

Подчеркнем здесь, что уравнения Эйлера-Пуассона представляют неканоническую (в отличие от уравнений Ковалевской) аффинную запись этих геометрических дифференциальных уравнений на отображение $Z_{O_{pr},C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])}$.

Это выражается в том, что аффинная плоско-параллельная структура классического поля тяжести не является согласованной с вышеуказанной априорно имеющейся структурой канонической двойственности «однородность ↔ изотропность» базового пространства-времени. Она является лишь аффинной картой на этой двойственности.

Данная двойственность обладает скрытой глобальной функциональной авторекурсивной конечнопорожденной Галуа-структурой – естественной и канонической симметрией канонической центрированной трехмерной решетки.

Такая центровка:

- включает точки закрепления («конфигурационно неподвижных») волчков в область определения инволюции обратимости по времени исходных уравнений и делает их уже «фазово неподвижными», т. е. эквивариантно неподвижными;

- нормирует фазовую динамику уравнений Эйлера-Пуассона на единый (абсолютный) центр их фазового пространства центр четырехмерной сферы – канонической орбиты двойственности «однородность ⟷ изотропность» базового пространства-времени $\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$.

6. Некорректность классического рассмотрения уравнений Эйлера-Пуассона

Классика посредством разного рода редукций (по Раусу, изоэнергетической, переходу на отдельные ветви аналитических форм решений) данную центровку $3d$-решетки исключает. Вместе с этим она исключает из области определения фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона и так называемые сопровождающие волчки тетраэдры и вместе с ними – точки закрепления волчков (а значит, и сами волчки как объекты).

В результате данных редукций односвязные фазовые пространства, например, интегрируемых волчков неэквивариантно дефрагментируются (декомпактифицируются) на несвязные наборы аффинных проекций (аффинных карт) корректного фазового пространства, координатизируемые классическими квадратурами (с фиксированным порядком знаков перед ними).

И именно эти наборы (атласы) идентифицируются классикой как решения (интегрируемые случаи) исходных уравнений. При этом, классические правила склейки указанных знаков, согласованные с фазовым потоком уравнений Эйлера-Пуассона не описывают ее как групповое отображение и поэтому не согласованы с их групповой симметрией инволюции $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ обратимости по комплексному времени s.

Геометрическая структура универсального отображения групповой склейки знаков очень естественна: ее орбиты реализуются тремя реберными медианами как раз универсального сопровождающего волчки тетраэдра. Групповой структурой отображения склейки, пропускаемой классикой, является собственная симметрия реберных медиан сопровождающего тетраэдра, изоморфная четверной группе Клейна.

И именно произведенные редукции, являясь не эквивалентными преобразованиями, игнорирующими симметрию обратимости по времени, приводят к математической некорректности классики.

В этом тексте, как и в [1] и [2] подчеркивается, что, по сути, классика пропуская «глобальную аналитичность», включающую «формальную бесконечность аффинного времени» $t = \infty$ в базовое пространство-время, пропускает физическое время – неотъемлемый атрибут физически массивных динамических систем (см. п.59).

Мы предполагаем, что глобальное аналитическое время и является моделью физического времени и имеет реализации (в дополнение к реализациям п. 59):

- канонического генератора аналитической двойственности «однородность ⟷ изотропность» базового пространства-времени;
- образа диагонали аналитического продолжения классических решений, имеющих мероморфную структуру (а однородное пространство-время является образом односвязного аналитического такого продолжения);
- канонического лагранжевого многообразия в корректном (обратимом по аффинному времени) фазовом потоке уравнений Эйлера-Пуассона.

Таким образом, параметризация фазовых состояний тяжелых волчков классическим аффинным временем, в итоге, не является корректной ни математически, ни физически, в том числе, и в контексте КАМ-теории.

Потенциал самосопряжения трансляции $Transl_{C^0}\left(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C}[s])\right)$ двойственности «однородность $\longleftrightarrow$ изотропность» базового пространства-времени имеет каноническую групповую структуру и явный вид ([1], [2]):

$$Trace\left(Transl_{C^0}\left(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C}[s])\right)\right)$$

$$\Updownarrow$$

$$Trace(\frac{d}{ds}Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])}_{O_{pr},C^0}) = |(\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)|^2$$

в естественных координатах на отображении $Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])}_{O_{pr},C^0}(Sym\underset{\gamma}{\rightarrow}, Rot\underset{\omega}{\rightarrow})$.

Что же в таком случае описывает классика?

Наш ответ таков: классика описывает аналитически непродолженную (и поэтому *неэквивариантную*) динамику тяжелых волчков в их точки закрепления. И это обстоятельство, в частности, отражает пропуск классикой канонической проективной структуры, ассоциированной со свойством изотропности базового пространства-времени $\mathbb{E}^{3+1}_O(\mathbb{C})$.

И именно сочетание (каноническая двойственность) классической симплектической структуры и пропускаемой классикой проективной структуры и дает корректную динамику уравнений Эйлера-Пуассона. И эта корректная динамика характеризуются только одним свойством: она аналитична по исходному аффинному времени.

Аналитический фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона представляет каноническое автоколебание точки закрепления тривиального волчка («универсальную эквивариантную точку закрепления»).

Такое представление фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона:

- является канонической орбитой не только симплектического действия инволюции $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ на фазовом пространстве исходных уравнений (как в классике), но и ее проективного действия;
- представляет (гипотетически) эквивариантный механизм Хиггса генерации массивных частиц посредством самодействия специального поля (поля Хиггса), принципиально не рассматриваемый в классике (см. п. 50). Здесь роль поля Хиггса играет фазовая динамика тривиального волчка – каноническая адиабатическая динамики уравнений Эйлера-Пуассона.

Замечание. Здесь важно отметить, что фазовое пространство тривиального волчка представляет фазовое пространство уравнений Эйлера-Пуассона в целом – его каноническую область определения (см. [2]). Эта область определения, представляющая каноническую эквивариантную непрерывную (адиабатическую) динамику и пропускается в классическом рассмотрении.

Замечание. Парадоксально, но классическое рассмотрение оказывается физически диссипативным и, соответственно, эквивариантно не гамильтоновым: иллюзия корректности классики состоит в ее аффинной гамильтоновости над аффинным временем. А над формальным (безразмерным) аффинным временем физической (аналитической) диссипации «не видно».

7. Методологическое замечание о причинах некорректности классического рассмотрения уравнений Эйлера-Пуассона

Симметрия двойственности «однородность⟷изотропность» базового пространства-времени $\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$ вполне естественна с геометрической и физической точек зрения. Удивительно, как ее можно было не учесть за более чем 250-летнюю историю исходных уравнений. Тем более, что она напрямую связана с твердотельной динамикой как динамика сопровождающего волчки тетраэдра – естественно и канонически нормирующего фазовую динамику минимального жесткого геометрического объекта (см. п. 12).

Однако, естественное глобальное понятие «сопровождающий тетраэдр» в классическом рассмотрении динамики тяжелого твердого тела отсутствует, а вместо него присутствует аффинная нормировка твердотельной кинематики посредством «сопровождающего триэдра» (см. наиболее основательное и авторитетное руководство П. Аппеля по теоретической механике).

Начатые «восстановительные работы» по эквивариантной коррекции классики (см. [2]) показывают, что корни этого «неучета» восходят к локальному (аффинному) рассмотрению динамики этой фундаментальной механической задачи, давно воцарившемуся и безальтернативному и по сей день благодаря сформировавшей абсолютизации методологической и прикладной значимости математического анализа «по О. Коши».

В частности, О. Коши жестко критиковал Л. Эйлера за его методы суммирования рядов, не укладывающиеся в «правильные классические схемы» созданного им аффинного, по-существу локального, математического анализа.

Приемы же суммирования Эйлера являются принципиально нелокальными (неаффинными). Они приводят к таким «нелепостям» как, например, $\zeta(-1) = -\frac{1}{12}$ (см. п. 22).

Но именно такого рода «нелепости», в итоге, как показывает случай точных решений уравнений Эйлера-Пуассона, как раз и составляют суть теории суммирования рядов, представляющих аналитические функции. Кстати говоря, обсуждаемая в этом тексте дзета-структура общего решения уравнений Эйлера-Пуассона говорит о неслучайности введения Эйлером дзета-функции Римана, хотя только и для вещественного аргумента.

8. Эквивариантная двойственность «однородность⟷изотропность» как фазовый поток математического маятника в вертикальном равновесии с потенциалом $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$, циклами $L(s, E/\mathbb{Q})$ и уравнение Пенлеве VI

Роль эквивариантной корректировки (перенормировки) классического рассмотрения на аналитическую ситуацию (моделирующую корректную физику) выполняют преобразования Ковалевской.

Преобразования Ковалевской, формально относящиеся к открытому ей лишь одному из случаев интегрируемости, в классическом рассмотрении интерпретируются как чисто математические трюки, приводящие к неподдающейся механической интерпретации структуре решения в тэта-функциях рода 2.

Геометрическим же их смыслом является последовательная аффинная координатизация непрерывной и аналитической центральной симметрии фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона в целом, ассоциированной с их симметрией обратимости по времени.

Преобразования Ковалевской имеют следующий калибровочный смысл:

Механический смысл:

- перенормировка фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона на фазовый поток классического математического маятника в вертикальном равновесии;
- перенормировка на универсальное равновесие уравнений Эйлера-Пуассона.

Динамический смысл:

- перенормировка фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона на сепаратрисную динамику волчка Эйлера;
- перенормировка на универсальное аффинное инвариантное множество уравнений Эйлера-Пуассона;
- перенормировка на канонический аффинный динамический идеал фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона.

Геометрический смысл:

- перенормировка фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона на канонически определенный поток больших кругов на трехмерной сфере;
- перенормировка на отображение канонического односвязного аналитического продолжения абелевых гиперэллиптических квадратур рода 2 «со знаками» случая Ковалевской в формальную бесконечность их аргументов (эквивариантная склейка знаков классических квадратур отображением их аналитического продолжения в их особенности).

Физический смысл (*ключевой*):

- перенормировка фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона на каноническую адиабатическую динамику;
- перенормировка фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона на физическое время (см. п. 59).

Функция $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ *является*:

- гамильтонианом автоколебаний классического маятника строго в вертикальном равновесии над $\mathbb{C}$-временем в PGL_2-описании;
- каноническим непрерывным продолжением формы $\Delta_{12}(q)$ в $q = \infty$.

При этом, следующая функция на корректном фазовом пространстве:

$$(T_*SO(3,\mathbb{R}) \cong T^*SO(3,\mathbb{R}))[\vec{\gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3);\ \vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)]$$

уравнений Эйлера-Пуассона

$$(\vec{\gamma}, \vec{\omega}) \to |(\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)|^2,$$

где i, j – независимые мнимые единицы,
имеет смысл канонического глобального гамильтониана уравнений Эйлера-Пуассона в исходном $SO(3)$-описании (аффинно трехмерном вращательно-твердотельном описании).

Функции $L(s, E/\mathbb{Q})$, где $E/\mathbb{Q}$ – отдельные эллиптические кривые над $\mathbb{Q}$, являются гамильтонианами мод этого равновесия в PGL_2-описании (аффинно конформном – «гироскопическом» - описании).

Фазовый поток этой системы является орбитой непрерывного аналитического продолжения этих функций в каноническую эквивариантную $\mathbb{Z}_3$-градуированную особенность ($s = 0, 1, \infty$) и имеет:

- механический смысл непрерывного продолжения фазовых потоков тяжелых волчков в их точки закрепления (в их $SO(3)$-представлении);
- динамический смысл непрерывного продолжения двояко-асимптотической динамики волчка Эйлера в $s = \infty$ (в их $SO(3)$-представлении).

Функция $exp\ \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ является гамильтонианом колебаний математического маятника вокруг его вертикального равновесия в PGL_2-описании.

Функции $exp\ L(s, E/\mathbb{Q})$ являются гамильтонианами мод колебаний математического маятника около его вертикального равновесия в PGL_2-описании.

Функции $exp\ L(s, \{E/\mathbb{Q}\})$, где $\{E/\mathbb{Q}\}$ – классы изогенности кривых $E/\mathbb{Q}$, корректно определены и являются гамильтонианами нормальных мод колебаний математического маятника около его вертикального равновесия в PGL_2-описании.

Фазовый поток математического маятника, находящегося в вертикальном равновесии, является орбитой односвязного аналитического продолжения этих функций в каноническую эквивариантную $\mathbb{Z}_3$-градуированную особенность $s = 0, 1, \infty$ и имеет:

- механический смысл *односвязного аналитического продолжения* фазовых потоков тяжелых волчков в их точки закрепления (в их $SO(3)$-представлении);
- динамический смысл *односвязного аналитического продолжения* двояко-асимптотической динамики волчка Эйлера в $s = \infty$ (в их $SO(3)$-представлении).

Гипотеза. Уравнение Пенлеве VI является канонической аффинной формой дифференциального уравнения 2-го порядка для колебаний классического математического маятника около его вертикального равновесия.

Гипотеза. Функция $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ ассоциирована с физическим временем следующим образом: линеаризующая замена $s \to \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ имеет смысл перехода к физическому адиабатическому времени (математическому каноническому непрерывному времени) (см. п.59).

9. Эквивариантная двойственность «однородность⟷изотропность» как каноническая эквивариантная трансляция

Пропускаемая классикой симметрия канонической двойственности «однородность ⟷ изотропность» для базового модельного (3 + 1)-мерного пространства-времени уравнений Эйлера-Пуассона является структурно содержательной и конструктивной.

Симметрия канонической двойственности «однородность ⟷ изотропность» каноническим образом генерируется канонической решеточной евклидовой $(3+1)d$-структурой:

$$\left\{\begin{matrix}\text{односвязная двойственность «однородность} \leftrightarrow \text{изотропность»} \\ \text{пространства } \mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническая трансляция центрированной} \\ 3d - \text{решетки } \mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3 \text{ вдоль ее центров}\end{matrix}\right\},$$

где «каноническая трансляция» – каноническое отображение параллельного переноса на $3d$-решетке $\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ с канонической групповой фактор-структурой, (в итоге, изоморфное коммутанту $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ в канонических внутренних координатах на $\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ - см. [1]).

Трехмерная фактор-решетка $\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ представляет:

- фазовый портрет классического математического маятника в вертикальном равновесии
- каноническую калибровочную (нормировочную) структуру фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона:

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническая фактор} - \text{трансляция центрированной} \\ 3d - \text{решетки } \mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3 \text{ с присоединенной групповой} \\ \text{фактор} - \text{структурой вдоль ее фактор} - \text{центров}\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{ каноническая трансляция стандартной } 4d - \text{решетки } \mathbb{E}_O^4/\mathbb{Z}^4 \}.$$

10. Эквивариантная двойственность «однородность⟷изотропность» как каноническая эквивариантная Галуа-топология физического времени

Отображение эквивариантной двойственности «однородность ⟷ изотропность» пространства $\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$ может быть реализовано как общее отображение параллельного переноса в канонической трехмерной решетке $\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})$ (стандартной трехмерная решетке, снабженной центрированием своих ячеек).

Отображение $s \to Gal\ \mathbb{Q}(s)$ имеет следующие реализации:

- каноническая триангуляция $4d$-пространства $\mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})$;
- каноническая диагональ $4d$-пространства $\mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})$;

- векторное представление отображения $Transl(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3)$;
- непрерывные трансляционно-инвариантные системы отсчета (топологическое расширение классической СТО) в $3d$-пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$.

Отображение $s \to [Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ имеет следующие реализации:

- каноническое кубирование евклидова $4d$-пространства $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$;
- каноническая диагональ евклидова $8d$-пространства $\mathbb{E}^8_O(\mathbb{C}) \Leftrightarrow \{\mathbb{E}^4_{O,*}(\mathbb{C}) \cong \mathbb{E}^{4,*}_O(\mathbb{C})\}$;
- каноническое ковекторное представление отображения $Transl(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3)$;
- непрерывные трансляционно-вращательно-инвариантные системы отсчета (топологическое изотропное расширение классической СТО).

В возникающей таким естественным образом нормировочной (калибровочной) рамке теории Галуа двойственность «однородность $\leftrightarrow$ изотропность» для пространства $\mathbb{E}^{3+1}_O(\mathbb{C})$ схематично описывается следующим образом:

$$\left\{\begin{matrix}\text{двойственность «однородность } \leftrightarrow \text{ изотропность»}\\ \text{пространства } \mathbb{E}^{3+1}_O(\mathbb{C})\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{канонический прямолинейный фактор} - \text{ поток}\\ \text{на фундаментальном кубе в } \mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4\\ \text{с фактор} - \text{генератором}\\ Generator[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \cong [S_5, S_5]/[A_5, A_5]\end{matrix}\right\}.$$

Генератор двойственности «однородность $\leftrightarrow$ изотропность» для пространства $\mathbb{E}^{3+1}_O(\mathbb{C})$ имеет смысл канонической производной классической теории Галуа и схематично описывается следующим образом:

$$\left\{\begin{matrix}\text{генератор двойственности «однородность } \leftrightarrow \text{ изотропность»}\\ \text{пространства } \mathbb{E}^{3+1}_O(\mathbb{C})\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\ Generator[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \cong [S_4, S_4]/[A_4, A_4]\ \}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\ \text{свободное фазовое состояние сопровождающего волчки тетраэдра}\ \}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{канонический прямолинейный фактор} - \text{поток}\\ \text{на фундаментальном кубе в } \mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3\end{matrix}\right\}.$$

Прямолинейная фактор-обмотка фундаментального куба центрированной решетки $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$, в свою очередь, имеет генератор, изоморфный группе A_5:

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническая прямолинейная фактор} - \text{обмотка}\\ \text{фундаментального куба в } \mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{array}{c} Generator(Generator[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]) \cong Generator([S_4, S_4]) \cong A_5 \\ A_5 \cong Generator(Z_{O_{pr}}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3}(K_f^2)) \cong Generator(Diag(\mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4)) \end{array}\right\}.$$

Эквивариантная топология базового пространства-времени для уравнений Эйлера-Пуассона имеет вид канонической топологии непрерывного параллельного переноса (эквивариантной релятивистской фактор-топологии) на ковекторах в евклидовом $3d$-пространстве $\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})$, эквивалентной просто топологии отображения канонического параллельного переноса в евклидовом $4d$-пространстве $\mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})$:

$$Transl_{C^0}(T_*\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C}))) \cong Image(Zentr[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \to \mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})) \cong Transl(\mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})).$$

Данная стандартная евклидова $4d$-топология является канонической непрерывной топологией в $3d$-пространстве $\mathbb{E}_O^3(\mathbb{C})$ и имеет вид «диагонального операционного» расширения стандартной архимедовой топологии пространства $\mathbb{E}_O^3(\mathbb{C})$:

$$Transl(\mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4) \cong \mathbb{E}_{O_{pr}C^0}^3(\mathbb{C})) \cong \mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})) \oplus Diag\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C}) \cong \mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})) \times Diag\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})$$

$$Diag\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C}) \cong Diag(\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3) \cong \otimes_{C^0},$$

где $\otimes_{C^0}$ – каноническое непрерывное тензорное произведение в векторном пространстве $Vect^*\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})$, каноническое ограниченное адельное произведение на поле мероморфных функций $\mathbb{Q}(s)$, свободная целочисленная прямая в пространстве $\mathbb{E}_O^{4,*}$.

Механический смысл операции $\otimes_{C^0}$:

- генератор отображения фазового потока математического маятника в вертикальном равновесии;
- генератор фазового потока тривиального волчка;
- генератор инерциального вращения ротора в стабилизированном кардановом подвесе;
- генератор фазового потока уравнений Пуассона;
- каноническая скобка Пуассона для уравнений Эйлера-Пуассона;
- угол нутации (угол Эйлера θ) в специальном описании конфигурационного пространства волчков посредством углов Эйлера (угол собственного вращения, угол прецессии, *угол нутации*).

Элементарно-геометрический контекст эквивариантной теории Галуа для операции $\otimes_{C^0}$:

$\otimes_{C^0}$ – операция построения линейкой и циркулем (определена в пространстве $\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})$).

Терминологическое замечание. Теоретико-множественная топология в базовом пространстве-времени $\mathbb{E}_{O_{pr}}^{3+1}(\mathbb{C})$ является топологией тривиализации отображения модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$ посредством, его индуцирования на нейтральные элементы параметризующей (модулярной) и соответствующей параметризуемой (кривой $E/\mathbb{Q}$) кривых:

$$id\ Gal\ \mathbb{Q}(s) \to \left\{\begin{array}{c}\text{нейтральные элементы групповых законов}\\ \text{на модулярных кривых для } E/\mathbb{Q}\end{array}\right\}$$

$$\downarrow$$

$$id[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \to \left\{\begin{array}{c}\text{нейтральные элементы групповых законов}\\ \text{на кривых } E/\mathbb{Q}\end{array}\right\}.$$

Поэтому топология пространства $\mathbb{E}^3_{O_{pr}.C^0}(\mathbb{C})$ может быть проинтерпретирована как модулярная адельная топология, или просто как модулярная топология (поскольку, это топология отображения модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$).

Операция $\otimes_{C^0}$ *является*:

- канонической скобкой Пуассона для уравнений Эйлера-Пуассона;
- эквивариантной теоретико-множественной связностью (связностью упорядочения на фазовых состояниях) для уравнений Эйлера-Пуассона.

Поэтому для идентификации данной топологии также возможны термины «эквивариантная», или «допустимая» топология.

Такой, пропускаемый в классическом рассмотрении, «упорядочивающий фазовые состояния трансляционный модулярный релятивизм», имеющий глобальную (не аффинную, а специально компактифицированную аффинную) структуру односвязной непрерывной Галуа-симметрии, не позволяет увидеть точную разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона.

Физический смысл операции $\otimes_{C^0}$ – физическое адиабатическое время.

Пропуск эквивариантной трансляционной симметрии $Transl_{C^0}(T_*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})) \cong Transl(\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4)$ также ведет к ряду принципиально некорректных выводов (см. [1], [2]), включая, например, вывод о применимости КАМ-теории (строго аффинной, неглобальной, теории) для этих уравнений.

И наоборот, учет данной трансляционной симметрии, например, приводит к корректной математической модели эффекта Джанибекова, некорректно объясняемого с позиций классического рассмотрения (см. [1], [2]).

11. Эквивариантная двойственность «однородность↔изотропность» как фазовое пространство математического маятника в вертикальном равновесии

Двойственность «однородность ⟷ изотропность» для базового пространства-времени $\mathbb{E}^{3+1}(\mathbb{C})$ реализуется отображением обратимости по времени для каждого состояния уравнений Эйлера-Пуассона, собственными векторами которого, в итоге, являются вектора кинетических моментов аналитических волчков.

На прямых l пространства $\mathbb{E}^3(\mathbb{C}) \subset \mathbb{E}^{3+1}(\mathbb{C})$ с аффинной координатой x, проходящих через выделенный центр, данная монодромия представляется обыкновенным экспоненциальным дифференциальным уравнением:

$$\dot{X} = X|_l, \text{ где } X = x/\mathbb{Z}_2(x \to -x), x \in \mathbb{R}, \tag{1}$$

где отображение $\mathbb{Z}_2(x \to -x)$ – ограничение двойственности «однородность ⟷ изотропность» на прямые $l = l[x]$, подключающим вещественный/комплексный ноль к области определения этого отображения локальной (вдоль прямых l) монодромии.

Непрерывная склейка локальных монодромий для прямых l в глобальную монодромию происходит автоматически (*авто*рекурсивно) посредством отображения непрерывной центральной симметрии $Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}$ – Галуа-фактор-симметрии, корректно определенной исключительно для случая *трехмерного* базового пространства.

Данная склейка реализуется отображением непрерывного параллельного переноса $Transl_{C^0}(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C}))$, имеющего вид:

$$Transl_{C^0}(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})) \cong ([Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \to \{T_*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})\} \Leftrightarrow \left\{T_*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})\right\}),$$

где имеет место интерпретация, связывающая геометрию и уравнения Эйлера-Пуассона:

- $T_*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})$ – аффинные конфигурационные вектора этих уравнений;
- $T^*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})$ – аффинные вектора угловой скорости этих уравнений.

Непрерывная склейка локальных монодромий в глобальную монодромию происходит автоматически (*авто*рекурсивно) посредством отображения непрерывной центральной симметрии $Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}$.

Производная Галуа-симметрия $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ является симметрией изоморфизма $\left\{T_*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})\right\}$ как непрерывного отображения.

При этом Галуа-структура имеет место исключительно для случая трехмерного базового пространства. Поэтому уравнение (1) становится единым уравнением для двойственности «однородность ⟷ изотропность» для пространства $\mathbb{E}^{3+1}(\mathbb{C})$.

Аналитические волчки (фазовые потоки «интегрируемых случаев») представляют:

- канонические вычеты отображения обратимости по времени $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$, изоморфной односвязной аналититической склейке отображений $\mathbb{Z}_2(x \to -x)$;
- канонические циклы канонической односвязной аналитической двойственности «однородность ⟷ изотропность» для пространства $\mathbb{E}^{3+1}(\mathbb{C})$;
- канонические циклы глобальной сферы $\mathbb{S}^4(\mathbb{C})$, эквивалентной сфере $\mathbb{S}^4$, аналитически вложенной в евклидово $5d$-пространство $\mathbb{E}^5(\mathbb{C})$.

Ключевым проявлением двойственности «однородность ⟷ изотропность» является редукция уравнений Эйлера-Пуассона к уравнениям классического математического маятника в вертикальном равновесии. Вертикальное равновесие классического маятника является канонической орбитой этой двойственности.

В этом контексте тяжелые волчки представляют орбиты управления, реализующего поддержание математического маятника в вертикальном равновесии.

Реализация такого управления (автоматически имеющего аналитическую гладкость), как было отмечено в п. 1, физически реализуется только в трехмерном аналитическом конфигурационном пространстве в силу Галуа-эквивариантности фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона.

Замечание. С физической точки зрения такое управление должно создавать состояние невесомости тяжелых волчков.

При этом Галуа-эквивариантность имеет естественный механический смысл:

- $Gal\ \mathbb{Q}(s)$:
  - фазовый поток нижнего равновесия $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантного маятника,
  - конфигурационный вектор тривиального волчка;
- $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$:

- фазовый поток верхнего равновесия $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантного маятника,
- кинетический момент (отображение момента) тривиального волчка.

Уравнения Ковалевской как раз и представляют уравнение фазового потока $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантного математического маятника в вертикальном равновесии, представляющем упорядоченную двойственность «нижнее равновесие ⟷ верхнее равновесие» (двойственность Адлай С.Ф.):

- 1-е уравнение – динамика (фазовый поток) $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантного нижнего равновесия;
- 2-е уравнение – динамика $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантного верхнего равновесия;
- система из 1-го и 2-го уравнений – упорядоченная аналитическая склейка динамик $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантных нижнего и верхнего равновесий.

Классы решений уравнений (1) имеют каноническую $\mathbb{Z}_2$-градуированную структуру: массивные волчки *с аналитическим* полем гравитации. Данные физические системы реализуются (см. [1]) каноническим шаровым (не точечным) монополем (для вещественного времени) и каноническим шаровым диполем (для комплексного времени).

12. Модулярная адельная топология как каноническая топология на двойственности «однородность⟷изотропность» и как топология сопровождающего волчки тетраэдра

Область определения отображения односвязной двойственности «однородность ⟷ изотропность» математически реализуется специальной адельной топологией в базовом трехмерном пространстве $\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$.

Несмотря на математическую сложность она имеет естественную трехмерную геометрическую и механическую интерпретацию: это кинетический момент правильного тетраэдра, жестко связанного с главными осями инерции аналитических волчков (так называемый «сопровождающий тетраэдр»).

Термин «адельная топология», например, используется для топологии, в определенном смысле, являющейся «универсальной топологией». В рассматриваемом здесь случае такая топология является просто канонической эквивариантной топологией.

Данную топологию можно рассматривать как «эквивариантный образ» корректно определяемой композиции классической архимедовой топологии на поле $\mathbb{Q}$ и p-адических топологий на полях $\mathbb{Q}_p$, «диагонально соединяющей» архимедову и неархимедову топологии.

Геометрически эта диагональная склейка кардинально различающихся топологий реализуется каноническим присоединенным непрерывным групповым винтовым движением, являющимся *аффинно трехмерным*. Образом этого отображения склейки являются непосредственно сами аналитические волчки (гироскопы) как множества.

Возникающая таким образом эквивариантная адельная топология имеет ключевой «функциональный геометрический» смысл канонической непрерывной топологии на пространстве канонической двойственности пространства векторов $Vect\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$ и пространства *ко*векторов $Vect^*\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$ над базовым пространством-временем $\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$.

Геометрическая модель данной топологии очень естественна и, по сути, «фазово твердотельна» (являясь эквивариантной корректировкой классической «евклидовой конфигурационной твердотельной» топологией):

$$\left\{\begin{matrix}\text{центрированная } 3d - \text{решетка } \mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3 \\ \text{как канонический } CW - \text{комплекс}\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническая трансляция} \\ \text{на центрированной } 3d - \text{решетке } \mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3\end{matrix}\right\},$$

где

- каноническая трансляция на решетке $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ реализуется вдоль ее центров,
- центры $3d$-решетки $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ являются геометрическими центрами ее кубических ячеек.

Топологический «механизм», генерирующий кинематически размерные объекты (*«кинематический механизм Хиггса»*) в такой канонической непрерывной $3d$-топологии:

- *обычные «евклидовы вектора»* приобретают смысл *физически размерных конфигурационных векторов для* аналитических волчков;
- *обычные «евклидовы ковектора»* приобретают смысл *физически размерных векторов угловой скорости* аналитических волчков.

Связь эквивариантных аделей с канонической функциональной экспонентой.

Возникающие таким образом эквивариантные адели представляют канонические координаты на теоретико-множественном описании двойственности «однородность ⟷ изотропность» базового пространства-времени $\mathbb{E}^{3+1}(\mathbb{C})$ и, в итоге, оказываются областью определения канонической функциональной экспоненты.

Эквивариантная адельная топология.

Условия на отображение композиции нормирований (односвязное эквивариантное адельное произведение) определяются условием наличия канонической групповой структуры и односвязности на нейтральном элементе отображения двойственности «однородность ⟷ изотропность» базового пространства-времени $\mathbb{E}^{3+1}(\mathbb{C})$ пространства.

Модулярные («эквивариантно допустимые», эквивариантные) адели представляют каноническую непрерывную топологию евклидовом $3d$-пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$.

Соответствующее адельное произведение, «собирающее» адели из классических полей нормирования поля дробно-рациональных функций $\mathbb{Q}(s)$, и эквивариантно расширяющее поле $\mathbb{C}$ (модель классического времени). Геометрически – это «сборка винтов из параллельного переноса, зеркальной симметрии и поворота в $3d$-пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$.

Эквивариантное адельное произведение является каноническим единым образом скалярного и векторного произведения в пространстве $\mathbb{R}^3$ при их корректно определенном диагональном вложении в непрерывное однородно-изотропное расширение пространства $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$.

Важно, что данный образ представляет *ограниченное* адельное произведение. Эта ограниченность обеспечивает корректность математического анализа на *ко*векторном пространстве $Vect^*\mathbb{E}^{3+1}(\mathbb{C})$ (моделирующем пространство угловых скоростей исходных уравнений) на базе этой топологии.

И, действительно, последовательность p-адических полей $\mathbb{Q}_p(s)$, входящих в итоговое кольцо эквивариантных аделей, обрывается на простом $p = 5$.

На показателе $p = 5$ этот топологический функциональный нормировочный комплекс стабилизируется, поскольку представляет:

- степень отображения канонического параллельного переноса на центрированной $3d$-решетке $\mathbb{E}^3_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$;
- степень нейтрального элемента групповой инволюции $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ обратимости по времени для уравнений Эйлера-Пуассона;
- степень инволюции $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ для фазового потока математического маятника в вертикальном равновесии.

Конструкция эквивариантного ограниченного произведения модулярных аделей схематично имеет вид:

$$\{\text{эквивариантное скалярное произведение}\} = Image(<,>_{\mathbb{R}^3} \to Transl_{C^0}(T_*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})))$$

$$\Downarrow$$

$$\{\text{эквивариантное скалярное произведение}\} = Image(<,>_{\mathbb{R}^3} \to Transl_{C^0}(T_*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C}))),$$

$$\{\text{эквивариантное векторное произведение}\} \stackrel{\text{def}}{=} Image([\,,]_{\mathbb{R}^3} \to id\, Transl_{C^0}(T^*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})))$$

$$\Downarrow$$

$$\{\text{ эквивариантные адели } A_{\mathbb{Q}(s)}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$A_{\mathbb{Q}(s)} \stackrel{\text{def}}{=} id\, Transl_{C^0}(T_*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})) \cong id[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{топология на пространстве угловых скоростей}\\ \text{вращения волчков относительно точки } O\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{топология на пространстве периодических}\\ \text{обратимых винтовых движений в пространстве } \mathbb{E}^3(\mathbb{C})\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{топология области определения}\\ \text{канонической функциональной экспоненты}\end{matrix}\right\}.$$

<u>*Эквивариантная адельная норма*</u>, определяемая эквивариантной (модулярной) адельной топологией базового пространства-времени $\mathbb{E}^{3+1}(\mathbb{C})$ имеет вид скалярнозначного отображения на базовом пространстве со структурой числового CW-комплекса:

$$Norm(id\, Z_{O_{pr},C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}) = Norm(id\, Z_{O_{pr},C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}(\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3)_{CW}).$$

Областью значений данного отображения нормирования является число точек в собственных подрешетках центрированной решетки $\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$, имеющих корректно определенное каноническое упорядочение посредством итерирования канонической фактор-групповой гомотетии фундаментальной кубической области решетки $\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$.

В аналитическом контексте данное нормирование описано в п.20.

13. Четырехмерная топология углов Эйлера

Топология, определяемая нормой в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$, рассмотренном как векторное пространство $\mathbb{E}_O^{3+1}(\mathbb{C})$ с выделенным центром O, имеет структуру специальной адельной топологии.

Такая топология очень естественна и представляет каноническую топологию на каноническом отображении вложения ориентированного $\mathcal{H}_+[q]$-прямой («стрелы обратимого времени») в евклидово пространство $\mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})$, где $\mathcal{H}_+[q]$-верхняя полуплоскость комплексной плоскости $\mathbb{C}$.

$\mathcal{H}_+[q]$-прямая вкладывается как ориентированная главная диагональ канонической $4d$-решетки с выделенным центром O посредством отображения $id[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)] \to \mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})$ канонической триангуляции пространства $\mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})$, имеющего геометрически естественный образ.

Геометрический $4d$-образ эквивариантной топологии: топология канонического упорядочения на образе $\mathcal{H}_+[q]$-прямой является выделенным свободным диаметром $3d$-сферы $\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$ в пространстве $\mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})$ и имеет групповую структуру нейтрального элемента $id[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)]$ связности $[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)]$ на центральном пучке внешне ориентированных диаметров $3d$-сферы $\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$:

$$Image(id[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)] \to \mathbb{E}_O^4(\mathbb{C}))$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническая полярная система координат}\\ \text{в евклидовом пространстве } \mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})\end{matrix}\right\},$$

где

$$id\; Gal\,\mathbb{Q}(s) \to \{\text{целочисленные фактор} - \text{прямые в пространстве } \mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})\}$$

$$\downarrow$$

$$id[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)] \to \{\text{целочисленные фактор} - \text{окружности на них опирающиеся}\}.$$

Механическая интерпретация эквивариантной топологии: эквивариантные ($\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантные) углы Эйлера:

- {угол собственного вращения φ} $\leftrightarrow$ $\mathcal{H}_+[q]$;
- {угол прецессии ψ} $\leftrightarrow$ $\mathcal{H}_-[q]$;
- {угол нутации θ} $\leftrightarrow$ $\{\mathcal{H}_+[q] \oplus_\theta \mathcal{H}_-[q]\}$.

14. Одноэлементные поля $\mathbb{F}_1$ и $\mathbb{F}_1(s)$

Одноэлементное функциональное поле $\mathbb{F}_1(s)$ определяется как каноническая теоретико-множественная связность (каноническое упорядочение) на ковекторах пространства $\mathbb{E}^{3,*}_{O_{pr}}(\mathbb{C})$, образущими пространство $Vect^*(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C}))$. Оно естественным образом является канонически определяемым отображением параллельного переноса в векторном пространстве $Vect^*(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C}))$.

Индуцированная теоретико-множественная связность на пространстве $\mathbb{E}^{3,*}_{O^*_{pr}}(\mathbb{C})$ представляется нейтральным элементом $id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}(Sym, Rot)$ отображения непрерывной центральной симметрии $Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}(Rot, Sym)$ с указанным упорядочением образующих.

Соответственно, одноэлементное арифметическое поле $\mathbb{F}_1$, являясь подполем функционального поля $\mathbb{F}_1(s)$, приобретает индуцированный смысл канонической теоретико-множественной связности (канонического упорядочения) на векторном пространстве $Vect(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C}))$.

Индуцированная теоретико-множественная связность на пространстве $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})$ представляется нейтральным элементом $id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}(Sym, Rot)$ отображения непрерывной центральной симметрии $Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}(Sym, Rot)$ с указанным упорядочением образующих.

Топологическая нормировочная структуризация отображения $id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}(Sym, Rot)/Id(Sym \cong Rot)$ схематично имеет вид:

$$id\ (Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}(Sym, Rot)/Id)$$

$$\Updownarrow$$

$$Im(id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}(Sym, Rot)/Id)) \cong Ker(id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}(Sym, Rot)/Id))$$

$$\Updownarrow$$

$$Im(id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}(Sym, Rot)/Id) \otimes_{\vec{O}} Ker(id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}(Sym, Rot)/Id)$$

$$\Updownarrow$$

$$id\, Transl_{C^0}(T_*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})) \otimes_{\vec{O}/Id} id\, Transl_{C^0}(T^*\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C}))$$

$$\Updownarrow$$

$$\mathbb{Q}(s) \otimes_{\vec{O}[Sym \cong Rot]} (\mathbb{Q}_2(s) \otimes_{\vec{O}(mod\ Rot)} \mathbb{Q}_3(s) \otimes_{\vec{O}(mod\ Sym)} \mathbb{Q}_5(s))],$$

где

- $\vec{O} \cong \vec{O}[Sym \cong Rot] \cong \vec{O}/Id$ – единичный ковектор из $\mathbb{E}^{4,*}_{O^*}(\mathbb{C})$;
- $\vec{O}(mod\ Rot) \cong \vec{O}[Sym \cong Rot]/Rot, \vec{O}(mod\ Sym) \cong \vec{O}[Sym \cong Rot]/Sym$;
- $\otimes_{\vec{O}_{\mathbb{E}^4(\mathbb{C})}} \cong \otimes_{\mathbb{F}_1(s)}$;
- $\mathbb{F}_1(s)$ – корректно определенное функциональное поле (здесь имеется ввиду «поле», как алгебраическая структура), координатизирующее канонический параллельный перенос $\vec{O}_{\mathbb{E}^{4,*}(\mathbb{C})}$в пространстве $\mathbb{E}^{4,*}_{O^*}(\mathbb{C})$, и описываемое ниже в пп.15-19.

Релятивистский центр $\vec{O}_{pr,\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}$ представляет естественную проекцию на $3d$-пространство $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$ канонического центра O $4d$-мерного пространства $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$ и имеет интерпретацию арифметического одноэлементного поля – поля с приоритетом аддитивной структуры при упорядочении его операций:

$$\mathbb{F}_1 \cong (\text{полевые операции } \{+,-,\times,\div\} \text{ на } \mathbb{C}; \text{диагональная операция как дискретный операнд}).$$

Соответственно, двойственный релятивистский центр $\vec{O}_{pr,\mathbb{E}^{3,*}(\mathbb{C})}$ представляет естественную проекцию на $3d$-пространство $\mathbb{E}^{3,*}(\mathbb{C})$ канонического центра O $4d$-мерного копространства $\mathbb{E}^{4,*}_O(\mathbb{C})$ и имеет интерпретацию функционального одноэлементного поля с приоритетом мультипликативной структуры при упорядочении его операций:

$$\mathbb{F}_1(s) \cong (\text{полевые операции } \{\times,\div +,-\}, \text{диагональная операция как непрерывный операнд}).$$

Указанные диагональные операции являются корректными диагоналями в корректно определенных диагональных операционных представлениях абелевой четверной группы Клейна D_2: $Diag(D_2^+ \times D_2^\times)$ и $Diag(D_2^\times \times D_2^+)$ соответственно.

15. Интерпретации арифметического поля $\mathbb{F}_1$ поля и функционального поля $\mathbb{F}_1(s)$ как канонического начала отсчета и канонической системы отсчета

Интерпретации поля $\mathbb{F}_1$.

Геометрические интерпретации поля $\mathbb{F}_1$:

- свободный ориентированный диаметр глобальной сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- канонический параллельный перенос (сдвиг на канонический вектор) на центрированной решетке $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$;
- канонический вектор в центрированной решетке $\mathbb{E}^3_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$.

Топологические интерпретации поля $\mathbb{F}_1$ ($\mathbb{F}_1$ - канонический $1d$-цикл):

- диагональный цикл на $3d$-бутылке Клейна $Kl^3(\mathbb{C})$;
- диагональный цикл на главной диагонали фундаментального куба центрированной решетки центрированной решетки $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$.

Геометрические $3d$-*интерпретации поля* $\mathbb{F}_1$:

- каноническая непрерывная групповая операция (связность) на векторах пространства $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})$;
- вектор канонического параллельного переноса в пространстве $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})$;
- свободная центральная внешне ориентированная ось канонического непрерывного однородного единичного геометрического трехмерного шара;
- генератор упорядоченной двойственности $\{Sym \cong Rot\} \cong Zentr(Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])}_{O_{pr},C^0}(Sym, Rot))$.

Геометрические $4d$-*интерпретации поля* $\mathbb{F}_1$:

- свободная вершина свободной $4d$-решетки $\mathbb{E}^4(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4$;
- образующая конуса в $4d$-решетке $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4$.

Интерпретации поля $\mathbb{F}_1(s)$.

Топологические интерпретации поля $\mathbb{F}_1(s)$ *– канонический* $1d$*-цикл*:

- диагональный цикл на канонической двойственной бутылке Клейна $Kl^{3,*}(\mathbb{C})$;
- диагональный цикл на главной диагонали фундаментального куба центрированной решетки центрированной корешетки $\mathbb{E}^{3,*}_{O^*_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$.

Геометрические $3d$*-интерпретации поля* $\mathbb{F}_1(s)$:

- каноническая непрерывная групповая операция (связность) на ковекторах пространства $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})$;
- большой круг $3d$-сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$, опирающийся на ее свободный ориентированный диаметр;
- генератор упорядоченной кодвойственности
$$\{Rot \cong Sym\} \cong Zentr(Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}[s])}_{O_{pr},C^0}(Rot \cong Sym));$$
- свободная центральная внешне ориентированная ось канонического непрерывного изотропного единичного геометрического трехмерного шара;
- канонический *ко*сдвиг на канонический *ко*вектор на центрированной решетке $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$;
- каноническая прямая в центрированной решетке $\mathbb{E}^{3,*}_{O^*_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$.

Геометрические $4d$*-интерпретации поля* $\mathbb{F}_1(s)$:

- свободный центральный внешне ориентированный луч $4d$-мерного пространства $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$;
- свободная ориентированная целочисленная прямая на $4d$-корешетке $\mathbb{E}^{4,*}_{O^*}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4$;
- кообразующая *ко*конуса в $4d$-корешетке $\mathbb{E}^{4,*}_{O^*}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4$.

16. Механическая и физическая интерпретация полей $\mathbb{F}_1$ и $\mathbb{F}_1(s)$

Интерпретации поля $\mathbb{F}_1$.

Механические интерпретации поля $\mathbb{F}_1$:

- стержень математического маятника «как конфигурационный аналитический отрезок»;
- универсальная ось динамической симметрии волчков как аналитических объектов.

Физическая интерпретация поля $\mathbb{F}_1$(гипотеза):

- $\mathbb{F}_1$

  $\Updownarrow$

$$\left\{\begin{matrix} \text{конфигурационный масштаб} \\ \text{электро} - \text{магнитной волны в вакууме в узловом представлении} \end{matrix}\right\};$$

- $[Gal\ \mathbb{F}_1, Gal\ \mathbb{F}_1] \cong 1$ сек (фазовый масштаб прямого отсчета физического времени);

Интерпретации поля $\mathbb{F}_1(s)$.

Механическая интерпретация поля $\mathbb{F}_1(s)$:

- стержень математического маятника «как фазового аналитического отрезка»;
- универсальная ось вращения волчков как аналитических объектов.

Каноническое теоретико-множественное время (*стрела пространства-времени*) *уравнений Эйлера-Пуассона*:

- универсальная ось вращения тяжелых волчков;
- свободная ось вращения тривиального волчка;
- каноническая система отсчета для фазовой динамики уравнений Эйлера-Пуассона: нейтральный элемент их фазового потока, имеющего каноническую градуированную групповую структуру.

Физическая интерпретация поля $\mathbb{F}_1(s)$:

- каноническая поляризация (« ориентируемая прямолинейная обмотка») эквивариантного пространства-времени;
- каноническая автокалибровка:
    - $4d$-пространства $\mathbb{E}^{4,*}(\mathbb{C})$,
    - универсального односвязного пространства относительных инерциальных систем отсчета в $3d$-пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$.

Гипотеза.

- $\mathbb{F}_1(s) \cong \left\{\begin{matrix} \text{свободная электро} - \text{магнитная волна} \\ \text{в вакууме в волновом представлении} \end{matrix}\right\};$
- $[Gal\ \mathbb{F}_1(s), Gal\ \mathbb{F}_1(s)] \cong 1\ \text{косекунда} = 1\ \text{сек}$ (масштаб обратного отсчета физического времени).

17. Безэлементные поля $\mathbb{F}_0$ и $\mathbb{F}_0(s)$

Опишем математически фазовую динамику универсальной точки закрепления аналитических волчков, обладающую, как фазовый объект, свойствами поля с пустым множеством элементов.

Определение. Полем $\mathbb{F}_0$ является корректно определенная каноническая операция (отображение) $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3 \to \mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ центрирования стандартной $3d$-решетки $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$, имеющая реализации:

Геометрическая:

- $\mathbb{F}_0$ – канонический центр (точка O) $4d$-мерного пространства $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$;
- $\mathbb{F}_0 \cong Image$(вершины фундаментального куба $4d$-решетки $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4 \to$ вершины фундаментального куба $3d$-решетки $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$);
- центр O_{pr} выделенного фундаментального куба $3d$-решетки $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$.

Алгебраическая:

- $\mathbb{F}_0 \cong id\ Gal\ \mathbb{Q}$;
- $\mathbb{F}_0 \coloneqq \{\mathbb{F}_1 \cong \mathbb{F}_1(s)\}$.

Аналитическая:

- $\mathbb{F}_0$ – знаки «$\pm$» и «$\mp$» перед квадратурами классических решений уравнений Эйлера-Пуассона (включая математический маятник).

Механическая:

- $\mathbb{F}_0$ – каноническая ориентация универсальной точки закрепления волчков.

Определение. Полем $\mathbb{F}_0(s)$ является операция коцентрирования $3d$-корешетки $\mathbb{E}^{3,*}_{O^*_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$, имеющая реализации:

- $\mathbb{F}_0(s) \cong id\ [Gal\ \mathbb{Q}(s)\ , Gal\ \mathbb{Q}(s)\ ]$;
- $\mathbb{F}_0(s) \cong Image$ (вершины фундаментального кокуба $4d$-решетки $\mathbb{E}^{4,*}_{O^*}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4 \rightarrow$ вершины фундаментального кокуба $3d$-корешетки $\mathbb{E}^{3,*}_{O^*_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$);
- центр O^*_{pr} выделенного фундаментального кокуба $3d$-корешетки $\mathbb{E}^{3,*}_{O^*_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$;
- $\mathbb{F}_0(s) \coloneqq \{\mathbb{F}_1(s) \cong \mathbb{F}_1\}$ (каноническая минимальная автодуальность).

Автодуальность:

$$\{\mathbb{F}_0 \cong \mathbb{F}_0(s)\} \cong \emptyset \text{ (пустое множество)}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{фазовый поток универсальной точки закрепления волчков}\}.$$

Топологический смысл поля $\mathbb{F}_0$ – канонический $0d$-цикл:

- канонический диагональный цикл на рациональной $3d$-бутылке Клейна $Kl^3(\mathbb{Q})$;
- корректный цикл на $0d$-мерном комплексе вершин фундаментального куба центрированной решетки центрированной решетки $\mathbb{E}^3_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$;
- центр канонического непрерывного однородного единичного геометрического $3d$-шара.

Геометрический смысл поля $\mathbb{F}_0$:

- канонический нейтральный элемент $\mathbb{F}_1$-параллельного переноса;
- непрерывная связность на точках аффинного пространства $\mathbb{E}^{3+1}_O(\mathbb{C})$.

Гипотеза. Спаривание $< \mathbb{F}_0, \mathbb{F}_0(s) >_\emptyset$ представляет нейтральный элемент эквивариантного группового отношения инцидентности между множеством тривиальных и множеством нетривиальных нулей функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ (эквивариантной двойственности ее четных и нечетных нулей), имеющее вид:

$$< \mathbb{F}_0, \mathbb{F}_0(s) >_\emptyset = (0_\mathbb{C})_{CW(0)}.$$

Связь полей $\mathbb{F}_0$ и $\mathbb{F}_0(s)$ с нейтральными элементами групповых структур поля $\mathbb{C}$:

- $0_{\mathbb{C}} = Ker\mathbb{F}_0 = Projection(\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4 \to \mathbb{C})$;
- $1_{\mathbb{C}} = Ker\ \mathbb{F}_1 = Projection(\mathbb{E}^{4,*}_{O^*}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4 \to \mathbb{C})$.

Физический смысл поля $\mathbb{F}_0$:

- каноническая неподвижная точка конфигурационной динамики уравнений Эйлера-Пуассона;
- универсальная точка закрепления аналитических волчков.

Физический смысл поля $\mathbb{F}_0(s)$:

- каноническая неподвижная точка фазовой динамики уравнений Эйлера-Пуассона;
- каноническое теоретико-множественное начало отсчета времени фазовой динамики уравнений Эйлера-Пуассона.

Механические интерпретации поля $\mathbb{F}_0(s)$:

- точка закрепления математического маятника
  - «как аналитическая точка»,
  - в вертикальном равновесии;
- универсальная точка закрепления волчков, как аналитических объектов;
- центр канонической системы отсчета для фазовой динамики уравнений Эйлера-Пуассона.

Физические интерпретации поля $\mathbb{F}_0(s)$:

Гипотеза:

- $\mathbb{F}_0(s) \Leftrightarrow \{\text{центрированные узлы электро} - \text{магнитной волны в вакууме}\}$;
- $[Gal\ \mathbb{F}_0(s), Gal\ \mathbb{F}_0(s)] \cong 0$ сек (начало отсчета физического времени).

Механические твердотельные интерпретации поля $\mathbb{F}_0(s)$:

- универсальная точка закрепления волчков, как аналитических объектов;
- центр канонической системы отсчета для фазовой динамики уравнений Эйлера-Пуассона;
- точка закрепления математического маятника в вертикальном равновесии.

18. Динамическая и аналитическая интерпретации полей $\mathbb{F}_0(s)$, $\mathbb{F}_1$, $\mathbb{F}_1(s)$

Приведем ключевые интерпретации с точки зрения связи полей $\mathbb{F}_0(\mathrm{s})$, $\mathbb{F}_1$ и $\mathbb{F}_1(\mathrm{s})$ с уравнениями Эйлера-Пуассона – их динамическую и аналитическую интерпретации.

Динамическая интерпретация.

Тройка $(\mathbb{F}_0(\mathrm{s}), \mathbb{F}_1, \mathbb{F}_1(\mathrm{s}))$ – канонические граничные условия для отображения симметрии

$\mathbb{Z}_2(\mathrm{s} \to -\mathrm{s})$ обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона:

- $\mathbb{F}_1 \cong id\mathbb{Z}_2(+s \to -s)$;

- $\mathbb{F}_1(s) \cong id\mathbb{Z}_2(-s \to +s)$;
- $\mathbb{F}_0(s) \coloneqq \{id\mathbb{Z}_2(-s \to +s) \cong id\mathbb{Z}_2(+s \to -s)\}$.

Тройка $(\mathbb{F}_0(s), \mathbb{F}_1, \mathbb{F}_1(s))$:

- кинетический момент точки закрепления математического маятника в вертикальном равновесии;
- кинетический момент точки закрепления тривиального волчка;
- универсальная «ось Галуа» (оси Галуа – оси аналитического вращения волчков, см. [1], [2]).

Тройка $(\mathbb{F}_0(s), \mathbb{F}_1, \mathbb{F}_1(s))$:

- тривиальное решение для математического маятника в вертикальном равновесии;
- тривиальное решение кинематических уравнений Пуассона;
- нейтральный элемент канонического группового закона на канонической трехмерной центрированной решетке – «универсальной эллиптической кривой над $\mathbb{Q}$».

Тройка $(\mathbb{F}_0(s), \mathbb{F}_1, \mathbb{F}_1(s))$ – канонические начальные условия:

- для математического маятника в вертикальном равновесии;
- для кинематических уравнений Пуассона;
- для канонического группового закона на канонической трехмерной центрированной решетке – «универсальной эллиптической кривой над $\mathbb{Q}$».

Тройка $(\mathbb{F}_0(s), \mathbb{F}_1, \mathbb{F}_1(s))$:

- каноническая скобка Пуассона-Ли для:
  - кинематических уравнений Пуассона,
  - потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- нейтральный элемент на канонической групповой симплектической структуре потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C})$;
- нейтральный элемент группового отображения «прямолинейной обмотки» универсальной точки закрепления волчков.

Аналитическая интерпретация.

Гипотеза. Спаривание $< \mathbb{F}_1, \mathbb{F}_1(s) >_{\mathbb{F}_0(s)}$ – генератор эквивариантного группового отношения инцидентности (эквивариантной двойственности) между множеством тривиальных и множеством нетривиальных нулей функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$. Данное отображение имеет структуру упорядоченного натуральными числами CW-комплекса:

$$< \mathbb{F}_1, \mathbb{F}_1(s) >_{\mathbb{F}_0(s)} = (\{\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) = 0\})_{CW(1)},$$

где

- $\mathbb{F}_0(s)$ – ноль как нейтральный элемент линейно упорядоченного множества $\{\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) = 0\}$ с канонической присоединенной групповой структурой («множества нулей»);
- $\mathbb{F}_1$ – первый тривиальный ноль $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ (как 1-й элемент упорядоченного «множества нулей» с канонической двойственностью, см. п.59);

- $\mathbb{F}_1(s)$ - первый нетривиальный ноль $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ (как 1-й *ко*элемент упорядоченного множества нулей» с канонической двойственностью, см. п.59).

Тройка $(\mathbb{F}_0(s), \mathbb{F}_1, \mathbb{F}_1(s))$:

- канонические спектральные (начальные) данные индикатрисной конструкции потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$:

$$(\mathbb{F}_0(s), \mathbb{F}_1, \mathbb{F}_1(s))$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{pmatrix} \text{свободный ориентированный диаметр глобальной сферы } \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \\ \text{большой круг на него опирающийся} \end{pmatrix};$$

- нейтральный элемент фундаментальной группы глобальной $3d$-сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- генератор канонической теоретико-множественной связности на сфере $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ (минимальная «аналитическая схема»).

19. Интерпретация полей $\mathbb{F}_1$ и $\mathbb{F}_1(s)$ как генераторов канонической триангуляции базового «времени-пространства» и кубирования фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона

Эквивариантное базовое пространство-время уравнений Эйлера-Пуассона допускает каноническую триангуляцию, а эквивариантное фазовое пространство допускает каноническое кубирование.

Канонические генераторы указанных отображений имеют вид:

- $\mathbb{F}_1 \cong id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)$ – канонический нейтральный элемент отображения групповой триангуляции фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона;
- Пара $\big(\mathbb{F}_1, \mathbb{F}_1(s)\big) \cong id[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ – канонический нейтральный элемент отображения группового кубирования фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона.

Взаимосвязь эквивариантных триангуляции и кубирования выражается их решеточными моделями.

Решеточные триангуляционные интерпретации поля $\mathbb{F}_1$:

- генератор канонического стэкового $3d$-спирального пересчета точек на решетке $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ с канонической групповой «аддитивно-мультипликативной» диагональю (см. [2])
- генератор канонической диагональной групповой связности на решетке $(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3)_{CW}$ как комплексе с канонической $\mathbb{Z}_3$-градуированной групповой структурой
- генератор отношения автоинцидентности центра выделенной фундаментальной области решетки $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ с CW-комплексом ее элементов: вершинами ребрами гранями фундаментальной областью (фундаментальным кубом);
- орбита отношения автоинцидентности – главная диагональ фундаментального куба, с групповой структурой, изоморфной группе A_5.
- каноническая диагональ в $4d$-решетке $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4$.

Решеточные триангуляционные интерпретации поля $\mathbb{F}_1(s)$ двойственны решеточным интерпретациям для $\mathbb{F}_1$.

Варианты интерпретаций и способов задания решетки $(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3)_{CW}$:

- изоморфизм $(\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3)_{CW} \cong id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}(Sym, Rot)$;
- уравнение $\{\zeta(s, \Delta_{12}(q)) = 0\} \Leftrightarrow id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0} \Leftrightarrow (id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0})_{CW}$;
- гиперполупространство;
- $\{(id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0})_{CW} \Leftrightarrow \{\, \mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/(\text{свободная целочисленная прямая в } \mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})\})$;
- $3d$-бутылка Клейна (см. п. 36);

Замечание: Уравнение двойственной решетки $id\, Z^{\mathbb{E}^{3,*}(\mathbb{C})}_{O^*_{pr},C^0}(Rot, Sym)$: $\{\zeta(1 - s, \Delta_{12}(q)) = 0\}$.

20. Каноническая норма фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона

В контексте п. 12 корректно определена каноническая эквивариантная норма (эквивариантное абсолютное значение) $Norm(id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0})$, имеющее вид нормирования теоретико-множественного CW-комплекса нейтрального элемента симметрии $id\, Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr},C^0}$:

$$s \to \{\text{количество нулей уравнения } \zeta(s, \Delta_{12}(q)) = 0, \text{не превышающее } |s|\}.$$

Корректно определенная $\mathbb{Z}_3$-градуированная решетка $\{\zeta(s, \Delta_{12}(q)) = 0 = \zeta(1 - s, \Delta_{12}(q))\}$ – каноническая разностная схема для уравнений Эйлера-Пуассона, индуцированная этой нормой.

Замечание. По сути, это обстоятельство, в частности, является фундаментальной причиной метода суммирования Эйлера при вычислении значения $\zeta(-1) = -1/12$ (см. п. 22).

21. Геометрические и механические интерпретации модулярных аделей

Модулярная адельная топология эквивалентна канонической топологии на поле дробно-рациональных функций над полем $\mathbb{C}$ – поле мероморфных функций с порядками полюсов, равными 1:

$$\{\text{эквивариантные адели } A_{\mathbb{Q}(s)}\} \stackrel{\text{def}}{=} \; Image([\,,]_{\mathbb{R}^3} \to id\, Transl_{C^0}(T_*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})))$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{эквивариантные адели } A_{\mathbb{Q}(s)}\} \stackrel{\text{def}}{=} \{\text{модулярные адели}\}.$$

Поле таких функций с такой нормой является каноническими аффинными координатами на каноническом центральном пучке прямых в функциональном пространстве $\mathbb{E}^3_{O_{pr},C^0}(\mathbb{C})$.

Поле функций $\mathbb{Q}(s)$ представляет аффинные координаты на сфере $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ (как на глобальном многообразии).

Функциональное поле $A_{\mathbb{Q}(s)}$ представляет:

- канонические глобальные координаты на сфере $\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$;
- канонические полярные координаты в евклидовом пространстве $\mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})$.

Такая геометрическая модель является теоретико-множественной интерпретацией мероморфных (с полюсом первого порядка) замен времени Ковалевской, нормализующих уравнения Эйлера-Пуассона, и приведших к открытию максимального сложного случая их интегрируемости.

Ключевой механический смысл поля модулярных аделей – универсальный сопровождающий аналитические волчки тетраэдр: множество состояний адиабатически (непрерывно) вращающегося правильного тетраэдра вокруг своего центра в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$.

Механический смысл поля модулярных аделей:

- рамки (область определения динамики рамок) стабилизированного карданова подвеса для гироскопов;
- операция канонического обратимого винтового движения в $\mathbb{E}_{O_{pr}}^3(\mathbb{C})$;
- вертикальное равновесие математического маятника как топологическое пространство;
- теоретико-множественная связность на пространстве свободных осей вращения тривиального волчка;
- теоретико-множественная связность на пространстве угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона.

Геометрический смысл поля модулярных аделей – это топология на следующих множествах:

- канонически упорядоченные диаметры трехмерной сферы $\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$;
- сфера $\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$ как канонический CW-комплекс $(\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C}))_{CW}$;
- нейтральный элемент канонической групповой трансляции центрированной $3d$-решетки в виде канонического CW-комплекса;
- теоретико-множественная сфера $\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$;
- выделенная свободная ось вращения сферы $\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$ *вокруг ее центра* (ее вращение *вокруг центральной оси* дает *модулярные идели*);
- конус $\{\zeta(s, \Delta_{12}(q)) = 0\}$ канонической метрики, представляемой модулярной автоморфной формой $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ на глобальной сфере $\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$.

22. Геометро-топологическая и маятниковая интерпретация числа $-\frac{1}{12}$

Здесь, в соответствии с п. 5, приводится ряд характеристик фазового пространства классического маятника в вертикальном равновесии, ассоциированных с топологическими и геометрическими инвариантами $3d$-сферы и $4d$-сферы.

Утверждение. Число «$-\frac{1}{12}$» – эйлерова характеристика канонической глобальной трехмерной сферы – центрированной сферы $\mathbb{S}_O^3(\mathbb{R})$, имеющей атлас из одной канонической карты (см. п. 2).

Замечание. Классический факт о равенстве $\mathcal{X}\big(\mathbb{S}^3(\mathbb{R})\big) = 0$ является аффинным утверждением: равенство $\mathcal{X}\big(\mathbb{S}^3(\mathbb{R})\big) = 0$ представляет эйлерову характеристику аффинного представления компактного многообразия $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$, пропускающем глобальную структуру сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$.

Причиной этой некорректности является скрытая глобальная симметрия 4-мерия $\mathbb{E}^4(\mathbb{R})$, где лежит сфера $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$. Данная симметрия и индуцирует скрытую каноническую решеточную (глобальную, однокартную) структуру сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$, не учитываемую в «классическом аффинном» рассмотрении.

На $4d$-центрированной сфере $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{R})$ существует уже глобальное (не аффинное, как в классике) векторное поле без неподвижных точек и именно его эйлерова характеристика и равна $-\frac{1}{12}$. С физической точки зрения это векторное поле имеет смысл эквивариантного поля Хиггса.

Схема доказательства. Число «$-\frac{1}{12}$» является индексом векторного поля и, соответственно, индексом нейтрального элемента канонического глобального непрерывного группового векторного поля, касательного к каноническому потоку больших кругов на стандартной сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$ (см. п. 2).

Такое глобальное теоретико-множественное векторное поле индуцируется при каноническом вложении сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$ в евклидово пространство $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{R})$ с центром O (см. [1]) и имеет следующие эквивалентные реализации:

- $-\frac{1}{12} = Ind_{id\,Transl_{C^0}}(O) = Ind_{id\,Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{R})}_{O_{pr},C^0}}(O)$;
- $-\frac{1}{12} = \mathcal{X}(\mathbb{S}^3_O(\mathbb{R})) = \mathcal{X}(\mathbb{S}^3/id[Gal\ \mathbb{Q}(t), Gal\ \mathbb{Q}(t)])$.

Геометро-динамические интерпретации «$-\frac{1}{12}$»:

Число «$-\frac{1}{12}$» является коэффициентом однородности эквивариантного конфигурационного пространства уравнений Эйлера-Пуассона и имеет следующие эквивалентные реализации:

- коэффициент канонической глобальной теоретико-множественной однородности единичного геометрического трехмерного шара;
- эйлерова характеристика стандартного трехмерного шара с канонической глобальной непрерывной топологией.

а также имеет *геометрические реализации*:

- коэффициент канонической теоретико-множественной однородности сферы $\mathbb{S}^3$ с центром O как нейтрального элемента канонической глобальной групповой структуры на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$;
- коэффициент канонической фактор-групповой гомотетии центрированной $3d$-решетки относительно ее канонического центра – точки O_{pr};
- коэффициент канонической теоретико-множественной гомотетии $4d$-шара $B^4_O(\mathbb{R})$ с границей в виде $3d$-сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{R})$.

Механический смысл числа «$-\frac{1}{12}$»:

- коэффициент канонической гомотетии конфигурационного пространства классического маятника в вертикальном равновесии;
- коэффициент канонической гомотетии конфигурационного пространства тривиального волчка.

Ключевой механический смысл числа «$-\frac{1}{12}$»:

- степень аналитической свободы классического маятника в вертикальном равновесии;
- степень свободы аналитического маятника в его каноническом равновесии;
- собственная частота:
    - *классического маятника в вертикальном равновесии*,
    - *канонического аналитического маятника (вертикального маятника)*.

При этом число «12», эквивариантно инверсное к числу «$-\frac{1}{12}$», является:

- общим числом независимых переменных и параметров:
    - уравнений Эйлера-Пуассона,
    - безразличного равновесия шара в *3d*-пространстве;
- *числом степеней свободы классического маятника в вертикальном равновесии.*

23. Геометро-топологические спектральные характеристики эквивариантной двойственности «однородность⟷изотропность» как спектральные характеристики глобальной трехмерной сферы

Орбита двойственности «однородность ⟷ изотропность» для базового пространства-времени $\mathbb{E}^{3+1}(\mathbb{C})$ может быть рассмотрена как орбита непрерывного вращения стандартной сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ вокруг центра O четырехмерного пространства $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{R})$. Эта орбита представляет изотропное расширение $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ классической аффинно однородной трехмерной сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$, эквивалентное *ее корректно определенной канонической глобальной комплексификации, наделенной* канонической (глобальной) непрерывной топологией.

В рамках этой геометрической модели:

- $p^{\frac{i}{2}}$ – операторнозначный фактор-центр канонического фактор-группового непрерывного вращения сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ (фактор-коэффициенты *упорядоченного* спектра двойственности «изотропность → однородность»);
- $2p^{\frac{11}{2}}$ –
    - скалярный $\mathbb{R}$-значный коэффициент канонической фактор-группового *непрерывного вращения* канонического фактор-диаметра сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ (фактор-коэффициенты *упорядоченного* спектра «однородность → изотропность»),
    - длина канонического фактор-диаметра сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- p^{-s} –
    - оператор канонического фактор-группового *непрерывного вращения* $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ с орбитой – канонической фактор-дугой сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$, опирающейся на ее канонический фактор-диаметр,
    - длина канонического большого фактор-круга сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- пара «упорядоченное множество {$\mathbb{N}$ (натуральные числа), $\mathbb{P}$ (простые числа)}» имеет смысл канонических внутренних фактор-координат на:

- упорядоченных парах «выделенный фактор-диаметр → соответствующий фактор-большой круг сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- осях вращения сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$,

- канонические теоретико-множественные координаты на сфере $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$.

Замечание. Маятниковый аспект данной спектральной характеризации сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ описан в п.38.

Замечание. Данную спектральную характеризацию сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ можно рассматривать как описание *канонических теоретико-множественных переменных* «*действие-угол*» для фазового потока уравнений Пуассона.

Схемные интерпретации глобальной (*изотропной*) *сферы* $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$:

$$\{\text{ схемный спектр глобальной сферы } \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \ \}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническое нормальное расслоение сферы } \mathbb{S}^3_O(\mathbb{R}) \\ \text{в теоретико} - \text{множественном представлении}\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническое теоретико} - \text{множественное упорядочение} \\ \text{точек сферы } \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническая теоретико} - \text{множественная связность} \\ \text{на сфере } \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})\end{matrix}\right\}.$$

Решеточные интерпретации изотропной сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$:

- каноническая одномерная функциональная решетка
$$\mathbb{S}^1/id[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \Leftrightarrow \{\zeta(s, \Delta_{12}(q)) = 0\};$$
- каноническая центрированная $3d$-решетка $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ с каноническим групповым отношением инцидентности $id[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ на *CW*-комплексе ее элементов «центр → вершины → ребра → грани».

24. Эквивариантные *L*-функции как вектора кинетических моментов тривиального волчка

Метрика, соответствующая корректно определенной эквивариантной адельной норме в виде скалярно-значного *CW*-комплекса $Norm(id\ Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{R})}_{O,C^0}) = \{(\zeta(s, \Delta_{12}(q)) = 0)_{CW}\}$, является аналитической автоморфной формой $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$.

Данная метрика, как говорят, «представляет эквивариантный ноль» – выделенный центр базового пространства-времени, т. е. имеет смысл «эквивариантной евклидовой метрики, представляющей эквивариантный ноль», что отражает ее следующее инвариантное представление:

$$\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) = Trace\left(Transl_{C^0}\left(\mathbb{E}_O^3(\mathbb{C})\right)\right) = Trace\big(Z_O(\mathbb{S}^3(\mathbb{C}))\big),$$

где $Z_O(\mathbb{S}^3(\mathbb{C}))$ – каноническая центральная симметрия сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$.

Функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ представляет потенциал следующих эквивалентных геометрических структур:

- канонической центральной симметрии сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- канонического отображения непрерывной гомотетии пространства $\mathbb{E}_O^4(\mathbb{C})$;
- канонической непрерывной метрики в пространстве *ко*векторов пространства $\mathbb{E}_O^{4,*}(\mathbb{C})$.

Механическим смыслом функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ является общее решение так называемого тривиального волчка (волчка с единичным тензором инерции и произвольной точкой закрепления) фазовый поток которого является тривиальным решением дифференциального уравнения (1).

При этом:

- функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ является тривиальным решением линейного функционального уравнения (1);
- условие $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) = 0$ является каноническим граничным условием для уравнения (1).

Циклами (в когомологическом смысле) функциональной метрики $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ являются эквивариантные L-функции. Они имеют физический смысл нетривиальных модулей канонического дуализма «однородность ⟷ изотропность» базового трехмерного пространства. Их экспоненты реализуют неэквивалентные аналитические структуры на нем.

В этом ключевом аналитическом контексте метрика $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ представляет канонический потенциал универсальной модулярной параметризации эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$.

Классическое же рассмотрение фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона представляет только аффинный атлас на $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$-монодромии базового конфигурационного трехмерия, который становится каноническим аффинным атласом в рассмотрении Ковалевской.

Механическим смыслом эквивариантных L-функций являются эквивариантные функциональные тензоры, имеющие представление в виде непрерывных обратимых винтовых движений в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$ и векторов кинетического момента тривиального волчка.

25. Математическая суть эффекта точной разрешимости: уравнения Эйлера-Пуассона определяют каноническую функциональную экспоненту

Опишем схематично эффект эквивариантной L-разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона, рассмотренных над комплексным временем $\mathbb{C}$ (подробнее см. [1], [2]).

Обыкновенные дифференциальные уравнения Эйлера-Пуассона, рассмотренные над классическим аффинным $\mathbb{C}$-временем, в силу их инвариантности относительно симметрии обратимости по времени (обозначаемой $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$) оказываются соотношениями, однозначно определяющими:

- отображение односвязного аналитического 2-листного *авто*накрытия глобальнойй $3d$-сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- аналитическая односвязная гомотетия $4d$-сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- собственно отображение инволюции $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ для исходных уравнений.

Данные отображения в корректно определенном PGL_2-представлении фазового потока исходных уравнений изоморфны отображению канонической функциональной экспоненты $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ с каноническим аффинным функциональным аргументом $\Delta_{12}(q)$ и его эквивариантной компактификацией $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ (см. [1]).

Каноническая функциональная экспонента, как отображение, имеет следующие реализации:

- каноническая аналитическая центральная симметрия в трехмерном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$ над полем $\mathbb{C}$, являющаяся операторнозначной функциональной симметрией (в итоге, конечнопорожденной) и обладающая свойствами:
    - глобальной односвязности образа (т. е. «односвязности» его реализации в корректно определенной единственной карте атласа на этом отображении),
    - конечнопорожденности,
    - наличием канонической функциональной Галуа-структуры;
- общее аналитическое качение стандартного геометрического $3d$-шара B^3 по свободной прямой в трехмерном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$, обладающее свойствами:
    - фазовой односвязности,
    - фазовой твердотельности.

Соотношение корректной ($\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантной) фазовой динамики уравнений Эйлера-Пуассона с классической динамикой состоит (как это ни удивительным может показаться) в ее «тотальной факторизации как раз *по изначально искомой вращательной* динамике».

Моделями результата такой факторизации «декорректизации» являются аффинные сечения моделей общего решения уравнений Эйлера-Пуассона:

- мгновенная остановка $3d$-шара B^3 на свободной прямой $3d$-шара B^3 в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$ (некорректное аффинное описание) – вместо канонически аналитически катящегося по свободной прямой $3d$-шара B^3 в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$ (корректное эквивариантное описание);
- «факторизация по симметрии изотропности» базового трехмерного пространства $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ и соответствующей конфигурационной симметрии $SO(3, \mathbb{R})$;
- общее аффинное s-сечение канонической функциональной экспоненты;
- общее аффинное сечение отображения $s \to\ s/\mathbb{Z}_2(s \to -s)$;
- общий аффинный слой односвязного аналитического слоения Хопфа $3d$-сферы $\mathbb{S}^3$.

Каноничность такого экспоненциального отображения обусловлена тем, что данное отображение:

- является канонической односвязной компактификацией стандартной комплексной экспоненты $exp\,z$;
- обладает канонической фактор-групповой Галуа-структурой на отображении непрерывной центральной симметрии в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$ (корректно определенной именно в аффинном конфигурационном трехмерии $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$);

- является каноническими полярными координатами на $3d$-сфере $\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$, представляемыми простой функциональной алгеброй $e_8(\mathbb{Q}(s))$.

26. Каноническая функциональная экспонента как каноническое решение уравнений Ковалевской

Дифференциальные уравнения Ковалевской над $\mathbb{C}$-временем, представляющие (в итоге) каноническую нормальную форму уравнений Эйлера-Пуассона, являются дифференциальными уравнениями на описанное функциональное экспоненциальное отображение. Важно, что данные уравнения, в отличие от уравнений Эйлера-Пуассона, имеют первый порядок, но суперсимметричную структуру.

Уравнения Ковалевской являются уравнениями на динамику канонического функционального кватернионного маятника (см. [1]), имеющего гамильтониан:

$$|(\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)|^2,$$

где i, j – независимые мнимые единицы.

Данный гамильтониан также имеет смысл:

- канонического глобального гамильтониана уравнений Эйлера-Пуассона;
- модуля функциональной экспоненты в $SO(3)$-представлении;
- метрики геодезического потока больших кругов на 4d-сфере $\mathbb{S}_O^4(\mathbb{C})$ в канонических аффинных координатах на $T_*\mathbb{S}_O^4(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}_O^4(\mathbb{C})$.

В контексте уравнений Ковалевской каноническая функциональная экспонента является их каноническим решением как системы с одной аналитической (глобально аналитической, аналитически суперсимметричной) степенью свободы.

27. Аналитическая структура канонической функциональной экспоненты

Каноническая функциональная экспонента имеет очень естественную геометро-динамическую интерпретацию:

- функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ и $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ являются каноническим многозначным аргументом и каноническим модулем канонической функциональной экспоненты в PGL_2-представлении соответственно;
- функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ и $exp\,L(s, E/\mathbb{Q})$ являются корректно определенными циклами потенциалов $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ и $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ соответственно.

Функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ в контексте теории дифференциальных уравнений является:

- общим решением уравнений Пуассона (кинематической группой уравнений);
- канонической мерой в фазовом пространстве уравнений Эйлера-Пуассона.

28. Каноническая функциональная экспонента как односвязная аналитическая центральная симметрия

Функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ в контексте $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-эквивариантного изоморфизма

$T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$:

- локально эквивалентного изоморфизму $SO(3, \mathbb{C}) \cong SL_2(\mathbb{C})$;
- отображению канонической непрерывной центральной симметрии $Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr}, C^0}$:
    - с выделенным центром O_{pr} в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$,
    - с непрерывным транзитивным действием $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ на его точках, имеющим вид эквивариантного представления Галуа

$$[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \xrightarrow{\sigma} \{SO(3, \mathbb{C}) \cong SL_2(\mathbb{C})\},$$

является потенциалом PGL_2-представления (осевого представления) непрерывной центральной симметрии $Z^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})}_{O_{pr}, C^0}$, имеющей канонический потенциал (аргумент области определения функциональной экспоненты в $SO(3)$-представлении):

$$exp((s)^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2),$$

где

- γ_i, – канонические координаты на ядре $Ker\ \sigma$; ω_i – канонические координаты на образе $Image\ \sigma$;
- γ_i, ω_i – компоненты конфигурационных векторов и векторов угловой скорости аналитических волчков, описываемых уравнениями Эйлера-Пуассона

и представляет гамильтониан кинематических уравнений Пуассона.

29. Контекст эквивариантного аналитического продолжения для функции $\boldsymbol{\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)}$

В контексте теории аналитического продолжения:

- функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ является:
    - потенциалом канонического непрерывного продолжения автоморфной формы $\Delta_{12}(q)$ в формальную бесконечность $s = \infty$,
    - канонической резольвентой операторно-значного отображения непрерывного разрешения особенности фазовой динамики в точках закрепления волчков,
    - многозначным (в итоге, конечно-значным) фундаментальным решением гамильтоновых уравнений Эйлера-Пуассона над обратимым $\mathbb{C}$-временем,
    - потенциалом непрерывной зеркальной симметрии в евклидовом $3d$-пространстве;
- функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ являются корректно определенными циклами функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$.

30. Зеркально-симметричная механическая интерпретация эффекта точной разрешимости и канонической функциональной экспоненты

С механической точки зрения обыкновенные дифференциальные уравнения Пуассона (уравнения первого порядка) над комплексным временем $\mathbb{C}$ представляют эквивалентные описания:

- общей равновесной (безразличной) динамики качения стандартного геометрического $3d$-шара по пространству $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$, (его адиабатическую/непрерывную динамику, эквивариантную статику). Это «$SO(3,\mathbb{C})$-описание»;
- динамики стабилизированного ротора (т. е. ротора с тривиальным (безразличным) вращением) в полностью стабилизированном кардановом подвесе. Это «$SL_2(\mathbb{C})$-описание»,

имеющей канонический потенциал (*аргумент области определения* функциональной экспоненты в $SO(3)$-представлении)

$$exp((s)^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2)$$

и представляет гамильтониан уравнений Пуассона в аффинном описании.

Указанные описания являются образами $SO(3,\mathbb{C})$ и $SL_2(\mathbb{C})$ частей эквивариантного представления Галуа $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \stackrel{\sigma}{\to} \{SO(3,\mathbb{C}) \cong SL_2(\mathbb{C})\}$.

С механической точки зрения обыкновенные дифференциальные уравнения Эйлера-Пуассона (уравнения второго порядка) над комплексным временем $\mathbb{C}$ представляют локальное описание:

- общей аналитической динамики (инерциальной конфигурационно-вращательной динамики) качения стандартного геометрического $3d$-шара по свободной прямой в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$ (эквивариантная геометрическая интерпретация Пуансо динамики волчка Эйлера);
- каноническое аналитическое движение ротора в модельном аналитическом пространстве-времени: инерциальное вращение ротора в $SO(3,\mathbb{C})$-инвариантном (изотропно инвариантом) стабилизированном кардановом подвесе.

Обе данные механические системы имеют гамильтониан, совпадающий с каноническим глобальным гамильтонианом уравнений Эйлера-Пуассона (это также модуль функциональной экспоненты в $SO(3)$-представлении):

$$|(\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)|^2,$$

где i, j – формально независимые мнимые единицы.
Для формально независимых операторов i, j в рассматриваемой здесь размерности «3» конфигурационного пространства выполняется *автосоотношение* $i + j = i \times j$.
При $j = 0$ получается классический интеграл Ковалевской:

$$|(\omega_1 + i\omega_2)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2)|^2;$$

Классический интеграл Ковалевской представляет:

- полную энергию инерециально вращающегося ротора в $SO(3,\mathbb{R})$-инвариантном (однородно инвариантом) стабилизированном кардановом подвесе;
- полную энергию автоколебаний $\mathbb{R}$-аналитического маятника – классического математического маятника *вокруг* вертикального равновесия над аффинным $\mathbb{R}$-временем:

- *кинетическая энергия таких колебаний в «нижнем равновесии вертикального равновесия» дает интеграл Эйлера,*
- *потенциальная энергия таких колебаний в «верхнем равновесии вертикального равновесия» дает интеграл Лагранжа*;

- канонический нетеров интеграл для амплитуды автоколебаний классического математического маятника *вокруг* вертикального равновесия (что отражается в отсутствии его зависимости от γ_3), имеющий физический смысл релятивистского (нетерова) интеграла (в частности, этот релятивизм находится в соответствии с гипотетическим смыслом поля $\mathbb{F}_1(s)$ как электро-магнитной волны (см. п.16);
- модуль канонической функциональной экспоненты в $SO(3,\mathbb{R})$-представлении.

Классический интеграл Горячева-Чаплыгина (это так называемый «частный» интеграл вне контекста симметрии обратимости $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$)

$$r(p^2+q^2)+p\gamma_3$$

представляет эквивариантно аналитически (пуассоново и проективно) двойственный смысл по отношению к интегралу Ковалевской:

- гамильтониан рамок (колец) вращения ротора в стабилизированном кардановом подвесе;
- гамильтониан автоколебаний вертикального маятника (колебаний классического маятника в вертикальном равновесии в обратимом времени).

Канонический нетеров интеграл для автоколебаний классического математического маятника *вокруг* вертикального равновесия (что отражается в отсутствии его зависимости от γ_1,γ_2) аргумент (как комплекснозначной функции) канонической функциональной экспоненты в $SO(3,\mathbb{R})$-представлении.

Двойственность («механическая проективная зеркальная симметрия»):

«волчок Ковалевской ⟷ волчок Горячева-Чаплыгина»

реализуется «зеркалом аналитической механической зеркальной симметрии», имеющим следующие интерпретации:

- адиабатическая динамика уравнений Эйлера-Пуассона;
- фазовый поток классического математического маятника строго в вертикальном равновесии;
- фазовый поток тривиального волчка.

31. Зеркальная симметрия в механике: контекст уравнений Эйлера-Пуассона

Область определения адиабатической динамики («механического зеркала») уравнений Эйлера-Пуассона можно представить в неявном виде эквивалентными способами как решения неявных уравнений, определяющих трехмерную бутылку Клейна (см. п.36):

$$\{exp((s)^2-\gamma_1^2-\gamma_2^2-\gamma_3^2-\omega_1^2-\omega_2^2-\omega_3^2)=0\} \Leftrightarrow \{<\vec{\omega}(t), \vec{\gamma}(t)>=0 \wedge [\vec{\omega}(t),\vec{\gamma}(t)]=0\}.$$

Условие $A=B=2C$ на оси эллипсоида инерции волчка Ковалевской является условием глобального 2-листного накрытия:

$$\mathbb{S}^3(\mathbb{R}) \xrightarrow{\mathbb{Z}_2(t\to -t)/id} \mathbb{S}^3(\mathbb{R}).$$

Условие $A = B = 4C$ на оси эллипсоида инерции волчка Горячева-Чаплыгина является условием канонически двойственного глобального 2-листного накрытия:

$$\mathbb{S}^3(\mathbb{R}) \xrightarrow{\mathbb{Z}_2(-t \to t)/id} \mathbb{S}^3(\mathbb{R}).$$

При этом ось ротора в стабилизированном кардановом подвесе имеет смысл:

- стержня $\mathbb{Z}_2(t \to -t)/id$-инвариантного математического маятника с центром в точке закрепления «id»;
- графика канонической $\mathbb{R}$-аналитической δ-функции в PGL_2-представлении (см. [1])

и имеет место эквивалентность обратимых гамильтоновых систем над $\mathbb{R}$-временем:

$$\{\text{ фазовый поток волчка Ковалевской }\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{автоколебания классического маятника} \\ \text{вокруг его вертикального равновесия}\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{ эквивариантная группа Галуа}\};$$

$$\{\text{ аналитическая двойственность}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{ фазовый поток волчка Горячева} - \text{Чаплыгина}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{автоколебания классического маятника} \\ \text{строго в его вертикальном равновесии}\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{ эквивариантное отображение Фробениуса}\}.$$

Интегрируемые случаи уравнений Эйлера-Пуассона (общие и частные):

- являются CW-комплексом спектра (в итоге – конечного) инерциальной конфигурационно-вращательной динамики ротора в стабилизированном кардановом подвесе;
- представляют каноническое «ходжево» разложение фазового потока исходных уравнений – $3d$-аналог представления классической $\mathbb{C}$-экспоненты формулой Муавра.

В классическом «аффинном» рассмотрении, игнорирующем преобразования Ковалевской (Галуа-преобразования над мероморфным комплексным временем), в частности, пропускается комплексная структура фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона, которая отвечает за вращение волчков и «гироскопию» в целом (но даже профессиональные современные классические механики говорят: «комплексное время не имеет механического смысла»).
Пропуск данной комплексной структуры приводит к принципиальной ошибке – как раз ошибке в механической (вращательной) сути геометрических и механических интерпретаций фазового потока исходных уравнений:

- шар в корректной (зеркально обратимой по классическому аффинном у времени) интерпретации Пуансо – не катится и не вращается;
- ротор в стабилизированном кардановом подвесе – не вращается.

32. Каноническая функциональная экспонента как каноническое самосопряжение в каноническом пространстве функциональных кватернионов

Фазовый поток исходных уравнений является $SO(3)$-реализацией канонической функциональной экспоненты и имеет неклассическую функционально-арифметическую структуру, эквивалентную отображению канонического самосопряжения в каноническом пространстве функциональных кватернионов.

Пространство функциональных кватернионов *является функциональным векторным пространством*, которое определяется *как каноническое двулистное накрытие канонического нормального расслоения* $N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ *сферы* $\mathbb{S}^3$ и имеет такие эквивалентные реализации (см. [1]):

- орбита глобального (однокартного) упорядоченного непрерывного изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ касательного и кокасательного (нормального) расслоений сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- каноническое односвязное непрерывное 2-листное накрытие тела классических кватернионов самим собой (классические кватернионы – каноническая аффинная карта на функциональных кватернионах);
- каноническое односвязное расширение $\mathbb{S}^3$-модели классических кватернионов посредством потока больших *ко*кругов на $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ – орбит канонического глобального нормального расслоения сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- каноническая комплексификация фазовой динамики волчка Эйлера – каноническое двулистное накрытие сепаратрисной динамики волчка Эйлера посредством инволюции $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона;
- область определения канонической функциональной экспоненты.

Решениями уравнений Эйлера-Пуассона в контексте их кватернионной модели и в соответствии с моделью эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$ на базе сечений такой универсальной кривой (см. п.42, см. [1]) оказываются *канонически параметризованные (модулярные)* функциональные кватернионы:

- функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ – над $\mathbb{C}$-временем (общие *модулярные* функциональные кватернионы);
- функции $\zeta(s, E/\mathbb{Q})$ – над $\mathbb{R}$-временем (вещественные *модулярные* функциональные кватернионы).

Собственно эллиптические кривые $E/\mathbb{Q}$, пополненные своими нейтральными элементами $idE/\mathbb{Q}$ (лежащими на формальной ∞-ти в их аффинном представлении), представляют канонические функциональные кватернионы.

В частности, это означает, что пространство функциональных кватернионов является пространством модулей кривых $E/\mathbb{Q}$.

Соответственно, функции $L(s, E/\mathbb{Q})$ представляют классы эквивалентности (с точностью до изогении кривых $E/\mathbb{Q}$) канонически (модулярно) параметризованных кватернионов.

Связь переменных исходных уравнений с «функционально кватернионными переменными» очень естественна:

- $\{\vec{\gamma}\} \longleftrightarrow$ вещественные функциональные кватернионы;
- $\{\vec{\omega}\} \longleftrightarrow$ чисто мнимые функциональные кватернионы.

Поэтому *функциональные кватернионы являются геометрической моделью свойства канонической модулярной параметризуемости кривых* $E/\mathbb{Q}$ (роль параметризующих кривых играют вещественные функциональные кватернионы).

33. Физическая интерпретация эффекта точной разрешимости

С физической точки зрения $\mathbb{C}$-аналитическая динамика ротора реализуется аналитическим диполем (гравитационным диполем в $\mathbb{C}$-аналитическом времени) (см. [1]).

В частности, $SO(3,\mathbb{R})$-специализация такого аналитически инерциального вращения ротора представляет динамику классического волчка Ковалевской и аналитический монополь (гравитационный монополь в $\mathbb{R}$-аналитическом времени) соответственно (см. [1]).

Фундаментальный физический смысл эквивариантной L-разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона, с нашей точки зрения, состоит в том, что имеются следующие соответствия:

$$\left\{\begin{matrix}\text{общее решение уравнений Эйлера} - \text{Пуассона}\\ \text{над } \mathbb{C}[s]|\mathbb{R}[t] - \text{временем}\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{канонический физический гравитационный}\\ \text{шаровой диполь}|\text{монополь}\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{математическая модель механизма генерации}\\ \text{строго в его вертикальном равновесии}\\ \text{пар}|\text{штук «массивные вращающиеся волчки } -\\ \text{поле их аналитического взаимодействия» в физическом времени}\end{matrix}\right\},$$

где символ «|» означает отношение естественного вложения.

Данные соответствия описываются точной последовательностью отображений, представляющей каноническую конформную модель фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона – универсальный аналитический диполь|монополь:

$$t \to s|(\tfrac{1}{2}+it) \to \zeta\left(s|(\tfrac{1}{2}+it), \Delta_{12}(q)\right) \to exp\,\zeta\left(s|(\tfrac{1}{2}+it), \Delta_{12}(q)\right) \to exp\,L(s|(\tfrac{1}{2}+it), E/\mathbb{Q}) \to t.$$

34. Глобальная функциональная линеаризация уравнений Эйлера-Пуассона

С математической точки зрения данные дифференциальные уравнения над комплексным временем $\mathbb{C}$ посредством перенормировки на инволюцию $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ (замены $\mathbb{C}$-времени $(s \to s/\mathbb{Z}_2(s \to -s)))$ приобретают каноническую функциональную нормальную форму: интегрируемую форму уравнения на экспоненту функционального аргумента:

$$\dot{x} = x,$$

где

- $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ функциональная симметрия аналитической зеркальной s-инвариантности гамильтониана уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{C}$-временем;
- $x \in \{T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})\}$ – одномерные сечения упорядоченного канонического глобального изоморфизма, представляемые:
  - большими *ко*кругами на $3d$-*ко*сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, изоморфной глобальному каноническому нормальному расслоению $N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$,
  - большими кругами на $4d$-сфере $\mathbb{S}^4(\mathbb{C})$;
- $\{T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}), T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$– касательное и *ко*касательное расслоения для сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- $N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3_O$ – глобальное нормальное расслоение сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- $\dot{}$ – означает корректно определенное каноническое дифференцирование:
  - вдоль больших *ко*кругов на косфере $N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$,
  - вдоль больших кругов на сфере $T_*\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C})$,

  являющихся орбитами инволюции $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ и представляющими неприводимые орбиты следующих расслоенных изоморфизмов:
  - ◊ упорядоченного изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$,
  - ◊ канонического изоморфизма $T_*\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C})$.

Здесь и далее под «глобальностью» понимается описание (реализация) соответствующего геометрического объекта в единственной карте определяющего его атласа.

Принципиальным обстоятельством является обрыв комплексификации на «размерности 4». Имеет место эквивалентность:

$$\{T_*\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C})\} \Leftrightarrow \{T_*\mathbb{S}^4_O(\mathbb{R}) \cong T^*\mathbb{S}^4_O(\mathbb{R})\},$$

представляющая:

- каноническое самосопряжение геодезического потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C})$
- математическую модель механизма генерации пары «массивный волчок $\leftrightarrow$ поле его аналитической гравитации» (модель аналитического механизма Хиггса),

где аналитические большие круги на сфере $\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C})$ гипотетически представляют (см. также п. 59):

- каноническое аналитическое время уравнений Эйлера-Пуассона;
- модель реального (физического) времени для вращающихся тяжелых волчков.

35. Интерпретации глобальной функциональной линеаризации уравнений Эйлера-Пуассона

Простейшее дифференциальное уравнение $\dot{x} = x$, но с глобальным функциональным аргументом $x \in$ {пространство собственных сечений изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$}:

- представляет уравнение на каноническую непрерывную связность на группе $SO(3, \mathbb{C})$, являющейся отображением канонического топологического 2-листного автонакрытия сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;

- эквивалентно системе уравнений Ковалевской для открытого ею случая интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона.

Ключевой смысл *функционального* дифференциального уравнения *первого порядк*а $\dot{x} = x$ таков:

> Это уравнение колебаний аналитического математического маятника около его канонического равновесия – равновесия классического математического маятника, но с учетом симметрии обратимости по времени $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$, продолжающей классические решения в $s = \infty$.

Сфера $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ является аффинной картой на:

- корректно определенном отображении комплексификации глобальной сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{R})$:
$$\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong (\mathbb{E}^4_O(\mathbb{R})/\mathbb{Z}^4) \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C},$$
- орбите монодромии универсального сопровождающего аналитические волчки тетраэдра.

Эквивариантная индикатрисная конструкция.

Ключевой геометрической интерпретацией дифференциального уравнения

$$\dot{x} = x, \qquad x \in \{T_* \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^* \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})\}$$

является каноническая дифференциально-геометрическая индикатрисная конструкция для сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, представляющая:

- канонические полярные координаты в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})$;
- модель модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$, описываемая уравнением антиавтодуальности для канонической центральной симметрии сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$.

Интерпретации уравнения $\dot{x} = x,\ x \in \{T_* \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^* \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})\}$:

Алгебраическая интерпертация.

> Присоединенное представление функциональной алгебры $e_8(\mathbb{Q}(s))$ – эквивариантного мероморфного расширения алгебры $e_8(\mathbb{C})$.

Геометрические интерпретации.

$3d$*-мерные интерпретации*:

- уравнение антиавтодуальности канонической трансляции центрированной $3d$-решетки;
- уравнение на аналитическую центральную симметрию относительно выделенной точки в евклидовом $3d$-пространстве с односвязным образом;
- уравнение антиавтодуальности (полной симметризации четной и нечетной части) упорядоченного глобального изоморфизма $T_* \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^* \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- уравнение автодуальности самодвойственности канонического прямолинейного потока на функциональном плоском многообразии $l(Kl^3(\mathbb{C}))$.

$4d$*-мерные интерпретации*:

- самодвойственность функционального геодезического потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^4(\mathbb{C})$ (симплектического функционального многообразия):
$$\mathbb{S}^4\big(\mathbb{Q}(s)\big) \cong Image(\mathbb{S}^4(\mathbb{C}) \to \{T_*\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C})\};$$

- проективная самодвойственность канонического функционального пространства Лобачевского $\Lambda^4(\mathbb{Q}(s))$ (проективного функционального многообразия):

$$\Lambda^4(\mathbb{Q}(s)) \cong Image(\mathbb{S}^4(\mathbb{C}) \to \{T^*\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C}) \cong T_*\mathbb{S}^4_O(\mathbb{C})\};$$

- каноническая аналитическая двойственность:

«каноническая функциональная сфера $\mathbb{S}^4(\mathbb{Q}(s))$»

$$\Updownarrow$$

«каноническое функциональное проективное пространство $\Lambda^4(\mathbb{Q}(s))$».

Механическая интерпретация уравнения «$\dot{x} = x$»:

Уравнение канонической самодвойственности производного функционального векторного пространства угловых скоростей (*самодвойственность пространства кинетических моментов*), эквивалентного обратимым по времени уравнениям Эйлера-Пуассона.

36. Каноническая аффинно трехмерная бутылка Клейна

Ключевым новым обстоятельством является обнаружение канонической глобальной связности на $3d$-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, представляющей геометрическую модель операции фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона. Данная связность оказывается каноническим трехмерным обобщением классической $2d$-бутылки Клейна (см. также [1], [2]).

Определение. Каноническая трехмерная бутылка Клейна представляет:

- орбиту канонического 2-листного автонакрытия центрированной $3d$-решетки $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$;
- орбиту отображения канонического отождествления фундаментального $3d$-куба в $3d$-решетке $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$, вдоль его главной фактор-групповой диагонали $3d$-решетки $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$.

Интерпретации многообразия $Kl^3(\mathbb{C})$.

Ключевые интерпретации:

- *глобальная карта на* $3d$-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ – каноническая глобальная решетка для $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- каноническая теоретико-множественная связность на пространстве больших кругов на $3d$-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- $Kl^3(\mathbb{C})$ представляет множество решений уравнения $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) = 0$.

Топологические интерпретации:

- каноническое $3d$-обобщение классической $2d$-бутылки Клейна: теоретико-множественное отождествление стандартного $2d$-куба центрированной решетки $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ как геометрического CW-комплекса вдоль его ориентированной главной диагонали;
- стандартный функциональный куб;
- каноническая функциональная аналитическая решетка.

Геометрические интерпретации:

- канонический конус в *однородно-изотропном* евклидовом $3d$-пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$;
- канонический конус в евклидовой $4d$-решетке $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4$;
- каноническая аналитическая (эквивариантная) триангуляция $3d$-сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- орбита канонического группового теоретико-множественного фактор-самоподобия (фактор-гомотетии) центрированной решетки $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$ *вдоль ее канонической главной диагонали диагонали* $Diag$*;*
- *орбита канонического односвязного двулистного автонакрытия* $3d$*-решетки* $\mathbb{E}^3_{O_{pr}}(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$*. с присоединенной групповой структурой.*

Механические интерпретации:

- стабилизированные рамки и ось карданова подвеса;
- конфигурационное пространство математического маятника в вертикальном равновесии.

Все вышеприведенные интерпретации многообразия $Kl^3(\mathbb{C})$ можно рассматривать как множество решений уравнения $\zeta(s, \varDelta_{12}(q)) = 0$, где:

- s – каноническая координата:
  - на гранях фундаментального куба,
  - каноническая координата на роторе;
- q – каноническая координата:
  - на главной диагонали фундаментального куба, рассмотренном как CW-комплекс,
  - каноническая координата на оси ротора,
  - на универсальном угле собственного вращения волчков (глобальный первый угол Эйлера).

Функциональное многообразие $Kl^3(\mathbb{C})$ является аффинно трехмерным и представляет:

- каноническое конфигурационное многообразие уравнений Эйлера-Пуассона;
- орбиту канонической эквивариантной функциональной связности на универсальном пространстве векторов скоростей уравнений Эйлера-Пуассона;
- орбита фазового потока классического маятника над обратимым временем $s/\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ в его нижнем положении равновесия.

Многообразие $Kl^3(\mathbb{C})$ также имеет следующие геометрические реализации:

- орбита канонического *четно упорядоченного* глобального односвязного изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- орбита:
  - канонического непрерывного параллельного переноса в евклидовом $3d$-пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$,
  - канонического параллельного переноса на $4d$-решетке $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4$ с выделенным направляющим вектором:

$$Kl^3(\mathbb{C}) \cong PGL_2(\mathbb{Q}(s)) \cong id\, Transl(\mathbb{E}^4(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4);$$

- каноническая эквивариантная теоретико-множественная связность на функциональном поле $\mathbb{Q}(s)$;
- каноническое решеточное (глобальное) представление конфигурационного пространства уравнений Эйлера-Пуассона.

37. Прямолинейный поток на трехмерной бутылке Клейна

Определение. Прямолинейный поток $l(Kl^3(\mathbb{C}))$ на трехмерной бутылке Клейна $Kl^3(\mathbb{C}))$ является канонической прямолинейной обмоткой плоского *фактор*-многообразия $Kl^3(\mathbb{C})$.

Прямолинейный поток $l(Kl^3(\mathbb{C}))$:

- представляет канонический поток больших *ко*кругов на сфере $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- описывается уравнением $\zeta(s, \Delta_{12}(q)) = const$.

Интерпретации многообразия $l(Kl^3(\mathbb{C}))$.

Механические:

- орбита канонического *непрерывного* качения стандартного геометрического $3d$-шара B^3 по свободной прямой в трехмерном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$,
- орбита канонической эквивариантной непрерывной связности на универсальном пространстве угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона;
- орбита канонической непрерывной связности на *ко*векторах пространства $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$.

Геометрические:

- орбита канонического нечетно упорядоченного глобального изоморфизма $T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ – орбита «зеркального» глобального изоморфизма $T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- орбита канонического непрерывного 2-листного автонакрытия сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- орбита канонического 2-листного автонакрытия *глобальной* $3d$-*ко*решетки с выделенным *ко*центром O;
- каноническое отображение потока больших *ко*кругов на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$.

Многообразие $l(Kl^3(\mathbb{C}))$ также имеет следующие реализации:

- каноническая непрерывная $3d$-бутылка Клейна как орбита:
  - канонического непрерывного параллельного переноса в *ко*векторном пространстве над $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$,
  - канонического параллельного переноса на евклидовой $4d$-*ко*решетке:

$$l(Kl^3(\mathbb{C})) \cong [PSL_2(\mathbb{Q}(s)), PSL_2(\mathbb{Q}(s))] \cong [Transl(\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4), Transl(\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^4)];$$

- каноническая связность на корректно определенном кольце эквивариантных аделей поля $\mathbb{Q}(s)$. При этом, ограниченное адельное произведение реализуется канонической теоретико-множественной связностью (каноническим эквивариантным упорядочением) – канонической прямолинейной обмоткой на $Kl(l^3(\mathbb{C}))$:
  - на каноническом глобальном нормальном расслоении $3d$-сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$,

- на $3d$-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ как на глобальном многообразии $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- каноническая связность на канонической генерирующей фазовый поток решетке в фазовом пространстве уравнений Эйлера-Пуассона;
- стандартный куб с заполнением в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$ с непрерывной топологией;
- адиабатически (непрерывно) вращающийся куб вокруг своего геометрического центра в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$;
- канонический фазовый поток вертикального маятника: классического маятника в вертикальном положении равновесия над обратимым временем $s/\mathbb{Z}_2(s \to -s)$.

Функциональное многообразие $l(Kl^3(\mathbb{C}))$ является якобианом фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{C}$-временем и пропущено в классике, поскольку оно лежит на формальной бесконечности классического аффинного времени $\mathbb{C}$, не входящей в область определения их классического рассмотрения.

38. Спектральные геометрические и механические характеристики функциональных многообразий Kl^3 и $l(Kl^3)$ как спектр эквивариантного отображения Фробениуса

Функциональные многообразия $Kl^3(\mathbb{C})$ и $l(Kl^3(\mathbb{C}))$ представляют конфигурационное и фазовое пространство соответственно:

- классического математического маятника в вертикальном равновесии;
- канонического равновесия канонического аналитического маятника;
- рамок стабилизированной системы «ротор – рамки карданова подвеса».

Функциональные многообразия $Kl^3(\mathbb{C})$ и $l(Kl^3(\mathbb{C}))$ представляют орбиты отображения упорядоченной двойственности для равновесий классического математического маятника:

- нижнее равновесие → верхнее равновесие;
- верхнее равновесие → нижнее равновесие.

Данная двойственность реализуется симметрией обратимости по времени $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$, вкладывающей фазовый поток этого маятника в фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона.

Функциональные многообразия $Kl^3(\mathbb{C})$ и $l(Kl^3(\mathbb{C}))$ имеют смысл *данных эквивариантного отображения Фробениуса* $Frob_{eq}$ (см. также п.59):

$$Kl^3(\mathbb{C}) \cong id\, Frob_{eq}; \quad l(Kl^3(\mathbb{C})) \cong Frob_{eq}.$$

Схематично связь эквивариантного отображения Фробениуса $Frob_{eq}$ и соответствующей эквивариатной группы Галуа имеет вид:

$$\{exp\, g^s_{\mathbb{S}^1_{big}}(\mathbb{S}^3(\mathbb{C})) \cong Gal_{eq} \xrightarrow{Frob_{eq}} Gal_{eq}\} \Leftrightarrow \{\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \xrightarrow{g^s(\mathbb{S}^1_{big})} \mathbb{S}^3(\mathbb{C})\} \Leftrightarrow \{\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \xrightarrow{l\left(Kl^3(\mathbb{C})\right)} \mathbb{S}^3(\mathbb{C})\},$$

где $g^s(\mathbb{S}^1_{big})$ – канонический поток больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$.

Эквивариантное отображение Фробениуса $Frob_{eq}$ имеет следующие спектральные геометрические, динамические и механические характеристики:

Спектральные характеристики $Frob_{eq}$:

- множество периодов функциональной $3d$-решетки $Kl^3(\mathbb{C})$ представляется:
  - множеством комплексных чисел $\{p^{i/2}\}$, где p – простое, являющееся множеством собственных значений оператора-коммутанта $[PGL_2(\mathbb{Q}(s)), PGL_2(\mathbb{Q}(s))]$,
  - это множество имеет интерпретацию:
    - множества периодов автоколебаний точки закрепления классического математического маятника строго в вертикальном равновесии (его колебаний над обратимым временем $s/\mathbb{Z}_2(s \to -s)$),
    - схемного спектра сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ как:
      - глобального аналитического многообразия,
      - глобального функционального симплектического многообразия и глобальной функциональной симплектической схемы;
- множество периодов группового закона $l(Kl^3(\mathbb{C}))$ на глобальной $3d$-решетке $Kl^3(\mathbb{C})$ представляется:
  - множеством:
    - вещественных чисел $\{2p^{11/2}\}$, являющимся множеством собственных значений,
    - комплексных чисел p^{-s}, являющимся множеством собственных векторов оператора $[PGL_2(\mathbb{Q}(s)), PGL_2(\mathbb{Q}(s))]$,
  - упорядоченное множество $\{p^{i/2}, 2p^{11/2}, p^{-s}\}$ имеет интерпретацию канонических переменных «действие $\{p^{-s}\} \overset{p^{i/2}}{\longleftrightarrow}$ угол $\{2p^{11/2}\}$:
    - для автоколебаний «вертикального маятника» – классического маятника в вертикальном равновесии над обратимым временем $s/\mathbb{Z}_2(s \to -s)$, представляющих орбиту отображения канонической двойственности «нижнее равновесие ⟷ верхнее равновесие»,
    - для канонической непрерывной (адиабатической) динамики канонического аналитического математического маятника (q-маятника, см. [1]),
  - упорядоченное множество $\{p^{i/2}, 2p^{11/2}, p^{-s}\}$ представляет следующие спектральные данные адиабатической динамики *аналитического маятника*:
    - *периоды* точки закрепления ($p^{i/2}$); максимальной амплитуды ($2p^{11/2}$) и универсальной фазы (p^{-s}) *автоколебаний* вертикального маятника,
    - *периоды* точки закрепления. Амплитуды и фазы соответственно стабилизированного ротора в стабилизированном $SO(3)$-инвариантном (изотропном) кардановом подвесе,
    - схемный спектр нормального расслоения $N\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ как глобального проективного функционального многообразия см. п. 23).

Спектральные характеристики отображения $id\, Frob_{eq}$ представляют канонический спектр собственно вертикального равновесия классического математического маятника (спектр вертикального маятника):

- упорядоченная пара упорядоченных множеств
  $$\{\mathbb{N}\ (\text{натуральные числа}), \mathbb{P}(\text{простые числа})\};$$
- канонические переменные «угол–действие» *маятника в вертикальном равновесии*.

Множество простых чисел $\mathbb{P}$ является:

- переменными «действие» маятника *в вертикальном равновесии*;
- угловой скоростью маятника *в вертикальном равновесии*;
- фазовой координатой *на вертикальном равновесии маятника*;
- каноническим множеством *периодов* вертикального маятника *в верхнем равновесии*.

Множество натуральных чисел ℕ является:

- переменными «угол» маятника *в вертикальном равновесии*;
- конфигурационной координатой *на вертикальном равновесии маятника*;
- каноническим множеством периодов вертикального маятника *в нижнем равновесии*.

39. Фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона как односвязное аналитическое расслоение Хопфа трехмерной сферы

Фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{C}$-временем моделируется как функциональный пучок и представляет собой каноническое односвязное аналитическое функциональное расширение классического расслоения Хопфа $3d$-сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ (см. [1]):

$\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \xrightarrow{\mathbb{S}^1/\mathbb{Z}_2(s\to -s)} \mathbb{S}^2[s]$:

$$(T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}))\big[\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)\big] \xrightarrow{\mathbb{S}^1/\mathbb{Z}_2(s\to -s)} \mathbb{S}^2[s] \Leftrightarrow N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \xrightarrow{l(Kl^3(\mathbb{C}))} \mathbb{S}^2[s]$$

$$\downarrow$$

$$exp\ (T_*\mathbb{S}^3 \cong T^*\mathbb{S}^3)\big[exp\ \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)\big] \xrightarrow{\mathbb{S}^1/\mathbb{Z}_2(s\to -s)} \mathbb{S}^2[s] \Leftrightarrow N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \xrightarrow{exp\ l(Kl^3(\mathbb{C}))} \mathbb{S}^2[s].$$

Данное эквивариантное расслоение Хопфа имеет динамическую геометрическую интерпретацию (график) в виде общей инерциальной динамики качения стандартного геометрического шара по свободной прямой в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$ (это универсальная геометрическая интерпретация Пуансо для уравнений Эйлера-Пуассона).

На образе отображения канонической упорядоченной двойственности $T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$, изоморфном глобальному нормальному расслоению $N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$, имеется каноническая эквивариантная Галуа-групповая структура:

- коммутант $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$;
- каноническая глобальная непрерывная секущая классического расслоения Хопфа для сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- прямолинейная обмотка многообразия $Kl^3(\mathbb{C})$ (как канонического *эквивариантного тора* Лиувилля-Арнольда);
- функциональное «групповое поле» угловых скоростей тяжелых волчков;
- непрерывное групповое слоение осей Галуа. Термин «ось Галуа» возник в результате поиска терминологии для математической модели движения волчков в спонтанном эксперименте Джанибекова в околоземном космосе в контексте уравнений Эйлера-Пуассона;
- отображение эквивариантной модулярной параметризации *пространства фазовых состояний* уравнений Эйлера-Пуассона.

Эквивариантное расслоение Хопфа $3d$-сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ является функциональным пространством и представляет:

- орбиту канонического самосопряжения канонических функциональных кватернионов:

$$\{\text{функциональные кватернионы}\}$$
$$\Updownarrow$$
$$Image(T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})) \cong N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$$
$$\Updownarrow$$
$$\{\text{глобальное нормальное расслоение } N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})\};$$

- орбиту канонического односвязного аналитического *авто*накрытия сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$;
- график канонической функциональной экспоненты
$$(T_*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})) \cong \ exp\, N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}),$$
удовлетворяющей дифференциальному уравнению $\dot{x} = x$;
- фазовый портрет (график фазового потока) автоколебаний классического маятника около вертикального равновесия в обратимом времени;
- односвязные глобально аналитические изометрии канонической стандартной функциональной сферы $\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$.

40. Точная разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона в контексте дифференциальной теории Галуа

В контексте дифференциальной теории Галуа уравнения Эйлера-Пуассона реализуют замкнутую систему (дифференциальных) аффинных (над $\mathbb{C}$-временем) соотношений:

- на односвязное аналитическое $SO(3,\mathbb{C})$-представление функциональной группы Галуа $Gal\ \mathbb{Q}(s)$ (алгебра);
- на аналитическую центральную симметрию евклидова $3d$-пространства с односвязным образом (геометрия).

Аналитическое $SO(3,\mathbb{C})$-представление группы функциональной группы Галуа $Gal\ \mathbb{Q}(s)$ можно рассматривать как «универсальную разрешимую замену классического времени s» для *динамических* уравнений Эйлера-Пуассона.

Непрерывное эквивариантное (глобальное) $SO(3,\mathbb{C})$-представление функциональной группы Галуа $Gal\ \mathbb{Q}(s)$ можно рассматривать как «универсальную разрешимую замену классического времени s» для *кинематических* уравнений Пуассона.

Данное непрерывное представление эквивалентно представлению $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \to SO(3,\mathbb{C})$.

Отображение замены $t \to [Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ классического $\mathbb{R}$-времени t на эквивариантный функционально-арифметический коммутант является:

- инвариантной формой линеаризующих преобразований Ковалевской в ее случае интегрируемости;
- канонической перенормировкой фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона:
    - на глобальное нормальное расслоение $N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C})$ сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$,

- на каноническую непрерывную компактификацию сепаратрисы фазовой динамики волчка Эйлера, расслоенную на двояко-асимптотические движения к двум гиперболическим движениям;
- механическим смыслом нормировки фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона:
  - на вертикальное равновесие классического математического маятника,
  - на оси вращения тяжелых волчков (точки закрепления),
  - на стабилизированные рамки карданова подвеса;
- эквивариантной абеленизацией фазового потока исходных уравнений;
- «функтором эквивариантной модулярной параметризации» (без уточнения).

Отображение дискретизирующей замены $t \rightarrow [Gal\,\mathbb{Q}, Gal\,\mathbb{Q}]$ классического $\mathbb{R}$-времени t на эквивариантный арифметический коммутант является:

- канонической разностной схемой для уравнений Эйлера-Пуассона;
- механическим смыслом нормировки фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона
  - на точку закрепления классического математического маятника;
  - на точки закрепления тяжелых волчков;
  - на точки крепежа рамок и ротора стабилизированного карданова подвеса.

Сформулируем утверждение о принципиальной связи уравнений Эйлера-Пуассона с теорией Галуа.

Утверждение. Группой Галуа уравнений Эйлера-Пуассона является производный коммутант $[[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)], [Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)]]$.

41. Функция $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ как общее решение кинематических уравнений Пуассона

Общее решение линейных дифференциальных уравнений Пуассона (на кинематические переменные уравнений Эйлера-Пуассона) реализуется как каноническая непрерывная связность на группе $SO(3, \mathbb{C})$, представляющая каноническую эквивариантную меру на группе $SO(3, \mathbb{C})$, и имеет инвариантный вид:

$$\zeta(s, \Delta_{12}(q)) = Trace([Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)] \rightarrow SO(3, \mathbb{C})).$$

Ключевой математический смысл функции $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$:

- эквивариантное отображение Фробениуса, представляющее каноническое непрерывное вращение $3d$-сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$ посредством канонического отображения фактор-потока больших кругов на ней;
- универсальная модулярная параметризация кривых $E/\mathbb{Q}$, представляющих фазовые траектории уравнений Эйлера-Пуассона;
- потенциал отображения сопряжения в каноническом пространстве функциональных кватернионов.

Геометрические и динамические интерпретации (графики) функции $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$:

- односвязная непрерывная центральная симметрия в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$;
- каноническая непрерывная связность в нормальном расслоении сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;

- непрерывная центральная симметрия геометрического $3d$-шара с инвариантным аффинным флагом «центр (точка) → ось → плоскость → пространство», соответствующим данным классических интегрируемых случаев (ортогональное геометрическое представление);
- фазовый поток стабилизированного ротора (как непрерывный центр в группе его аналитических вращений) в стабилизированном кардановом подвесе (конформное физическое представление).

42. Функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ как универсальный потенциал модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$

Функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ является потенциалом:

- канонического группового закона;
- канонической параметризации

  на универсальной эллиптической кривой $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$ над $\mathbb{Q}$, где кривая $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$ задается операторным уравнением:

$$E_{\mathbb{Q}}^{univ} = \{y^2 = x(x - i_\times)(x + i_+)\};$$

- определяющим универсальное собственное сечение канонического нечетно упорядоченного глобального изоморфизма $T_*\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$, где:
  - x, y – канонические аффинные координаты соответственно:
    - на нечетной и четной части свободного сечения изоморфизма $T_*\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$,
    - на вращательном и зеркально-симметрийном собственных сечениях отображения непрерывной центральной симметрии в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$;
  - $i_+ = Gener(\mathbb{S}_+^1), i_\times = Gener(\mathbb{S}_\times^1)$ – канонические генераторы четной и нечетной части упорядоченного изоморфизма $T_*\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}_O^3(\mathbb{C})$.

Кривая $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$ является универсальной эллиптической кривой над $\mathbb{Q}$, поскольку:

$$\{Aut\{\mathbb{C}/\Gamma/\mathbb{Q}\} \cong Aut\{E/\mathbb{Q}\} \cong \{End\ E_{\mathbb{Q}}^{univ} = \big[PGL_2\big(\mathbb{Q}(s)\big), PGL_2\big(\mathbb{Q}(s)\big)\big]\},$$

где симметрия $[PGL_2(\mathbb{Q}), PGL_2(\mathbb{Q})] \cong$

$$\cong Generator\ \big[PGL_2\big(\mathbb{Q}(s)\big), PGL_2\big(\mathbb{Q}(s)\big)\big] \cong Image(T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \to \{T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \cong T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C})\})$$

представляет:

- эквивариантные автоморфизмы поля $\mathbb{Q}$ (поля коэффициентов кривых $E/\mathbb{Q}$);
- фазовое пространство точек закрепления тяжелых волчков;
- генератор эквивариантного параллельного переноса в фазовом пространстве классического маятника в вертикальном равновесии.

Механическим смыслом кривой $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$ является канонически определенное «верхнее вертикальное равновесие» классического математического маятника, аналитически обратимого по $\mathbb{C}$-времени и имеющее эквивалентные реализации:

- верхнее равновесие канонического аналитического маятника;
- верхнее равновесие классического математического маятника в вертикальном равновесии;
- каноническая одномерная функциональная решетка, представляющая угловую скорость тривиального волчка.

Механическим смыслом универсальной модулярной кривой (параметризующей кривую $E_{\mathbb{Q}}^{univ}$) $X_{E_{\mathbb{Q}}^{univ}}$ является канонически определенное нижнее равновесие канонического аналитического маятника: «*нижнее вертикальное равновесие*» классического математического маятника, аналитически обратимого по $\mathbb{C}$-времени, и имеющее эквивалентные реализации:

- нижнее равновесие канонического аналитического маятника;
- нижнее равновесие классического математического маятника в вертикальном равновесии;
- каноническая одномерная функциональная решетка, представляющая конфигурационный вектор тривиального волчка.

Замечание. Важно отметить, что в классике это равновесие *не рассматривается как* $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-эквивариантное и поэтому, либо просто не включается в область определения фазового потока маятника, как лежащее бесконечности времени s, либо рассматривается как отдельное решение.

Механическим смыслом универсальной модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$ является биективное отображение $X_{E_{\mathbb{Q}}^{univ}} \leftrightarrow E_{\mathbb{Q}}^{univ}$ (бимодулярная параметризация), представляющее:

- фазовый поток:
  - классического математического маятника в вертикальном равновесии,
  - тривиального волчка;
- векторное поле кинетического момента тривиального волчка.

Отображение универсальной модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$ является биективным (т. е. бимодулярной параметризацией) и представляет:

- каноническую непрерывную центральную симметрию в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$;
- каноническую метрику в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$ с канонической непрерывной топологией;
- каноническое сопряжение в каноническом пространстве функциональных кватернионов (введены в [1]).

Функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ является каноническим универсальным потенциалом:

- автоколебаний классического маятника строго в его вертикальном равновесии над $\mathbb{C}$-временем;
- канонической эквивариантной двойственности «нижнее равновесие $\leftrightarrow$ верхнее равновесие» классического математического маятника над $\mathbb{C}$-временем (двойственность Адлай С.Ф.) *как аналитической системы*, где:

- $Gal\ \mathbb{Q}(s)$ – фазовый поток его нижнего равновесия,
- $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ – фазовый поток его верхнего равновесия;

- универсального равновесия канонического аналитического математического маятника.

Функция $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ является каноническим потенциалом универсальной модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$.

Соответственно, функция $exp\,\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ является каноническим потенциалом универсальной производной модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$.

43. Соответствие $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$-динамики с доказательством Вайлса-Тэйлора в контексте геометрии Большой Теоремы Ферма и гипотезы Била

Соответствие структуры фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона:

- с доказательством Вайлса-Тэйлора свойства модулярности полустабильных кривых $E/\mathbb{Q}$ (полустабильный случай гипотезы Таниямы-Вейля-Шимуры);
- с потенциальным доказательством гипотезы Била

можно интерпретировать как каноническую *эквивариантную непрерывную теорему Лиувилля-Арнольда*, приобретающую смысл канонической модулярной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$ посредством канонического отображения (см. [2]):

- непрерывной центральной симметрии $Z_{O,C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})}$ в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})$;
- эквивариантного *непрерывного* модулярного представления Галуа

$$[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \to SO(3, \mathbb{C}).$$

Координатизация соответствий «механика ⟷ арифметическая геометрия», например, для доказательства Вайлса-Тэйлора, схематично интерпретируется биективными соответствиями:

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Кольца деформаций } GL_2(R_\emptyset), GL_2(T_\emptyset)\\ \text{представлений Галуа,}\\ \text{ассоциированных с кривыми } E/\mathbb{Q}\end{array}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{прямолинейный поток } [Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]\\ \text{на якобиане уравнений Эйлера} - \text{Пуассона}\end{array}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{канонический групповой закон на}\\ \text{универсальной эллиптической кривой } E_{\mathbb{Q}}^{univ}(\mathbb{R})\end{array}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{прямолинейный поток } l(Kl^3(\mathbb{C}))] \text{ (см. [2])}\}.$$

Данные соответствия имеют геометрическую и аналитическую форму биективных соответствий:

- $\{R_\emptyset \cong T_\emptyset\} \Leftrightarrow \{Kl^3(\mathbb{C}) \Leftrightarrow \{\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) = 0\}$;
- $\{GL_2(R_\emptyset) \cong GL_2(T_\emptyset)\} \Leftrightarrow \{l(Kl^3(\mathbb{C})) \Leftrightarrow \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) = const\}$.

Данные соответствия индуцируют цепь «арифметико-механических» биекций (см. [1]):

$$\{\text{«диофантовы уравнения»}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{«эллиптические кривые над } \mathbb{Q}\text{»}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{«спектральные характеристики аналитического гироскопа в кардановом подвесе»}\},$$

индуцирующих, в свою очередь, минимальные соответствия «арифметика-механика»:

$$\{\text{Решения уравнения Большой Теоремы Ферма} \rightarrow \text{Решения уравнения Била}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{Нейтральный элемент группового закона:} \\ \text{на кривой } E_{\mathbb{Q}}^{univ}(\mathbb{R}) \ \rightarrow \ \text{на кривой } E_{\mathbb{Q}}^{univ}(\mathbb{C}) \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} id([S_4, S_4]/[A_4, A_4]) \ - \ \text{нейтральный элемент} \\ \text{прямолинейной обмотки фундаментального куба} \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{Нейтральный элемент:} \\ \text{для центральной симметрии } Z_{O_{pr}, C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{R})} \rightarrow \ \text{для центральной симметрии } \ Z_{O_{pr}, C^0}^{\mathbb{E}^3(\mathbb{C})} \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{Неподвижные элементы (крепеж) канонического гироскопа:} \\ \text{над } \mathbb{R} - \text{временем} \ \rightarrow \ \text{над } \mathbb{C} - \text{временем} \end{matrix}\right\}.$$

Каноническое спектральное вырождение этого соответствия имеет вид:

$$\{\text{Решения уравнения Малой Теоремы Ферма} \rightarrow \text{Решения Большой Теоремы Ферма}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{Нейтральный элемент группового закона:} \\ \text{для кривой } E_{\mathbb{Q}}^{univ}(\mathbb{R}) \ \rightarrow \ \text{для кривой } E_{\mathbb{Q}}^{univ}(\mathbb{C}) \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{Нейтральные элементы стабилизированной } \mathbb{R}|\mathbb{C} - \text{динамики} \\ \text{ротора в кардановом подвесе} \end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{Диагонали фундаментального куба} \\ \text{в центрированной решетке } \mathbb{E}^3(\mathbb{R}|\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3/O_{pr}\end{matrix}\right\}.$$

44. Функция $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ как каноническая односвязная экспонента группы $SO(3, \mathbb{C})$

Общее решение дифференциальных уравнений Эйлера-Пуассона реализуется как каноническая эквивариантная аналитическая связность на группе $SO(3, \mathbb{C})$, представляющая каноническую односвязную экспоненту на группе $SO(3, \mathbb{C})$ и имеет вид:

$$exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) = exp(Trace([Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \to SO(3, \mathbb{C}))) = exp\,SO(3, \mathbb{C}).$$

Графиком функции $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ является:

- односвязная аналитическая центральная симметрия в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$;
- каноническое инерциальное (равномерное) вращение ротора в стабилизированном кардановом подвесе (конформное физическое представление);
- каноническое инерциальное вращение массивного $3d$-шара в пространстве вращения (ортогональное физическое представление).

45. Эквивариантная теорема Лиувилля-Арнольда и геодезический поток на каноническом трехмерном эллипсоиде

Связность $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$:

- представляет эквивариантную ($\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-инвариантную)) теорему Лиувилля-Арнольда: каноническую монодромию $exp\,l(Kl^3(\mathbb{C}))$ канонического эквивариантного лиувиллевого тора $Kl^3(\mathbb{C}) \cong \mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3/Diag/O_{pr}$, где:
    - O_{pr} – выделенный геометрический центр фундаментальной кубической области решетки $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$;
    - $Diag$ – корректно определенная групповая диагональ $3d$-решетки $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3/O_{pr}$;
    - $l(Kl^3(\mathbb{C}))$ - каноническая прямолинейная обмотка,
- представляет потенциал канонической аналитической центральной симметрии в $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$;
- реализуется $\mathbb{C}$-аналитическим геодезическим потоком:
    - на универсальном трехмерном эллипсоиде,
    - каноническом $3d$-шаре.

$\mathbb{C}$-аналитический геодезический поток на универсальном трехмерном эллипсоиде является каноническим $3d$-обобщением (глобальной односвязной $\mathbb{C}$-аналитизацией) геодезического потока на $2d$-эллипсоиде (описанного Якоби в терминах соответствующих эллиптических функций).

Следствие.

- любой $\mathbb{R}$-аналитический $3d$-эллипсоид является $3d$-шаром (шаровым монополем);
- любой $\mathbb{C}$-аналитический $3d$-эллипсоид является шаровым диполем.

В частности, это может служить моделью объяснения шарообразной формы планет и спутников.

46. Фазовый поток случая Ковалевской является общим решением уравнений Эйлера-Пуассона и интегрируется на алгебре $\boldsymbol{e_8(\mathbb{Q}(s|t))}$

Случай Ковалевской оказывается универсальным интегрируемым случаем для уравнений Эйлера-Пуассона: фазовые потоки всех остальных «общих» и «частных» интегрируемых случаев образуют канонический аффинный атлас на фазовом потоке случая Ковалевской (над $\mathbb{C}$-временем).

Данный атлас из интегрируемых случаев имеет каноническую групповую структуру конечнопорожденного модуля Галуа с иерархической структурой CW-комплекса, изоморфного коприсоединенному представлению функциональной алгебры $e_8(\mathbb{Q}(s|t))$ (см. [1]).

Алгебра $e_8(\mathbb{Q}(s|t))$ канонически координатизирует (см. [1]):

- полную односвязную симметризацию упорядоченных свойств однородности и изотропности фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона;
- центральный пучок прямых в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^4_O(\mathbb{C}|\mathbb{R})$;
- каноническое эквивариантное расслоение Лиувилля-Арнольда для уравнений Эйлера-Пуассона.

Универсальный $\mathbb{C}|\mathbb{R}$-волчок/случай ($\mathbb{C}|\mathbb{R}$-волчок/случай Ковалевской) имеет:

- динамический смысл фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{C}|\mathbb{R}$-временем;
- физический смысл шарового аналитического гравитационного диполя|монополя.

47. Общее решение уравнений Эйлера-Пуассона как эквивариантное аналитическое продолжение классических решений и эквивариантное разрешение особенностей в точках закрепления волчков

Это каноническое эквивариантное аналитическое расслоение *3d*-сферы $\mathbb{S}^3$ над *2d*-сферой $\mathbb{S}^2$ является орбитой канонического эквивариантного аналитического продолжения решений этих уравнений (изначально определенных над временем $\mathbb{C}$) в особенностях $s = 0,1,\infty$. Обратное отображение $\mathbb{Z}_2(-s \to s)$ является разрешением особенности в точках закрепления тяжелых волчков и имеет механический смысл момента реакции опоры в этих точках.

В результате эти особенности являются образующими точками осей вращения тяжелых волчков с групповой Галуа-структурой. Эти оси:

- орбиты $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-компактификации модулярных параметризаций кривых $E/\mathbb{Q}$ модулярными кривыми $X_{E/\mathbb{Q}}$;
- орбиты групповых законов на кривых $E/\mathbb{Q} \cup idE/\mathbb{Q}$.

где

- кривые $X_{E/\mathbb{Q}} \cup id\, X_{E/\mathbb{Q}}$ являются неприводимыми слоями четной части $(T_*\mathbb{S}^3 \xrightarrow{\mathbb{S}^1/\mathbb{Z}_2(s\to-s)} \mathbb{S}^2[s])$ эквивариантного расслоения Хопфа $\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \xrightarrow{\mathbb{S}^1/\mathbb{Z}_2(s\to-s)} \mathbb{S}^2[s]$;

- кривые $E/\mathbb{Q} \cup id\, E/\mathbb{Q}$ с модулярной $X_{E/\mathbb{Q}} \cup id\, X_{E/\mathbb{Q}}$-параметризацией являются неприводимыми слоями нечетной части $(T^*\mathbb{S}^3 \xrightarrow{\mathbb{S}^1/\mathbb{Z}_2(s\to -s)} \mathbb{S}^2[s])$ эквивариантного расслоения Хопфа $\mathbb{S}^3(\mathbb{C}) \xrightarrow{\mathbb{S}^1/\mathbb{Z}_2(s\to -s)} \mathbb{S}^2[s]$.

48. Частные решения $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ уравнений Эйлера-Пуассона как циклы канонической односвязной экспоненты группы $SO(3, \mathbb{C})$

Соответственно, для канонически определенной триангуляции $\mathbb{Z}_2(s \to -s)_{CW}$ транзитивного действия инволюции $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$ определенной над $\mathbb{C}$-временем исходных уравнений, получаем формулу функционального CW-комплекса циклов эквивариантной функциональной экспоненты $exp\,SO(3, \mathbb{C})$:

$$(exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big))_{CW} = (exp\,L\big(s, E_{\mathbb{Q}}^{univ}\big))_{CW} = \{exp\,L(s, E/\mathbb{Q})\} = (exp\,SO(3, \mathbb{C}))_{CW}.$$

Данные циклы также представляют:

- циклы канонической глобально односвязной функциональной экспоненты $exp\,\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$;
- циклы канонической монодромии $exp\,l(Kl^3(\mathbb{C}))$ канонического эквивариантного лиувиллевого тора с канонической прямолинейной обмоткой (см. также п. 58).

49. Экспонента дзета-функции Римана как гамильтониан универсального маятника, универсального гироскопа и универсальной шаровой спиновой цепочки - универсальная вещественная функциональная экспонента

Этот и последующие пункты посвящены каноническому индуктивному обобщению аналитической структуры общего решения уравнений Эйлера-Пуассона над вещественным временем.

В контексте и в продолжение обсуждения роли дзета-функции Римана в контексте механических гамильтоновых систем, затронутой в работах [1] и [2], сформулируем следующие гипотезы.

Гипотеза 1. Имеет место формула

$$exp\,\zeta(s) = exp(Trace\left(\left[Gal\,\overline{\mathbb{Q}}(t), Gal\,\overline{\mathbb{Q}}(t)\right] \to SO(3, \mathbb{R})\right)).$$

Гипотеза 2. Экспонента дзета-функция Римана является универсальной многомерной функциональной вещественной экспонентой в смысле ее следующего представления:

$$exp\,\zeta(s) = exp^{\otimes(N\to\infty)}\,\zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)\right),$$

реализующего функцию $exp\,\zeta(s)$ как:

- гамильтониан автоколебаний универсального (бесконечно-звенного) математического маятника *вокруг* его канонического (вертикального) равновесия;

- гамильтониан универсальной шаровой спиновой цепочки: общего аналитического качения N (где $N = \infty$) стандартных соприкасающих шаров по вещественной прямой в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ (данную систему можно интерпретировать как фазовый портрет универсального математического маятника);
- каноническую аффинно $\mathbb{R}$-значную компактификацию критической полосы относительно критической прямой для функции $\zeta(s)$,

где:

◊ $\zeta(s)$ – дзета-функция Римана;

◊ операция $\otimes(N \to \infty)$ является канонической связностью (аффинной координатой, «каноническим аналитическим классом») на отображении тензорной степени $N \to \infty$ корректного глобального (однокартного) упорядоченного изоморфизма $T\mathbb{S}^3(\mathbb{R}) \cong N\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$.

Эквивалентная формулировка гипотезы 2. Экспонента дзета-функции Римана является универсальной канонической многомерной функциональной вещественной экспонентой, представляющей гамильтониан следующих эквивалентных гамильтоновых систем:

◊ автоколебаний универсального ($(N = \infty)$-звенного) математического маятника около его вертикального равновесия;

◊ адиабатической (равновесной) динамики универсального гироскопа;

◊ общего аналитического качения N (где $N = \infty$) стандартных соприкасающих шаров по вещественной прямой (которое можно интерпретировать как фазовый портрет универсального маятника),

где

◊ $\frac{1}{2} + it$ – каноническая аффинная координата на:
  - оси вращения универсального гироскопа,
  - ориентированном стержне универсального маятника;

◊ $\Delta_{12}(q)$ – каноническая аффинная координата на роторе генерирующего (базового) канонического аналитического гироскопа, представляющего:
  - каноническое односвязное аналитическое продолжение колебаний классического математического маятника в $t = \infty$;
  - канонические автоколебания канонического аналитического математического маятника около его канонического (вертикального) равновесия.

50. Дзета-функция Римана как потенциал $\mathbb{R}$-аналитического поля Хиггса и экспонента дзета-функции Римана как потенциал глобально $\mathbb{R}$-аналитического механизма Хиггса

Гипотеза 3. Механизм Хиггса генерации масс элементарных частиц в контексте динамических систем «тяжелые волчки с $\mathbb{R}$-аналитическим полем гравитации» может быть проинтерпретирован следующей последовательностью точных отображений:

$$t \to s|(\tfrac{1}{2} + it) \to \zeta\left(s|(\tfrac{1}{2} + it)\right) \to exp\,\zeta\left(s|(\tfrac{1}{2} + it)\right) \to exp\,\zeta(s|(\tfrac{1}{2} + it)) \xrightarrow{F} t,$$

$$KerF = (\text{поштучные массивные волчки с динамикой в реальном времени}),$$

t – аффинная координата на стреле вещественного времени.

$\mathbb{R}$-аналитическое поле Хиггса имеет следующие интерпретации:

- каноническая диагональ между нижним и верхним равновесием классического математического маятника (расслоенный фазовый бордизм между равновесиями);
- канонический геодезический поток больших кругов на $4d$-сфере $\mathbb{S}^4(\mathbb{R})$;
- универсальное непрерывное:
    - продолжение сепаратрисной динамики классического маятника,
    - расщепление сепаратрисной динамики классического маятника;
- каноническая адиабатическая фазовая динамика для уравнений Эйлера-Пуассона.

$\mathbb{R}$-аналитический механизм Хиггса имеет следующие интерпретации:

Геометрические

- *локализация точки в базовом однородно-изотропном пространстве-времени*;
- образ канонической экспоненты канонического геодезического потока больших кругов на $4d$-сфере $\mathbb{S}^4(\mathbb{R})$;
- образ канонической $\mathbb{R}$-аналитической зеркальной симметрии $4d$-сферы $\mathbb{S}^4(\mathbb{R})$.

Механическая

- взятие прообраза отображения управления поддержания универсального маятника в вертикальном равновесии;
- *выходы канонического аналитического маятника из канонического равновесия.*

Динамические:

- образ универсального:
    - $\mathbb{R}$-аналитического продолжения сепаратрисной динамики классического маятника,
    - $\mathbb{R}$-аналитического расщепления сепаратрисной динамики классического маятника;
- образ отображения факторизации непродолженной (аффинной) аналитической динамики уравнений Эйлера-Пуассона по ее каноническому идеалу - их канонической адиабатической фазовой динамике

Гипотеза 4. Образ $\mathbb{R}$-аналитического механизма Хиггса – категория интегрируемых $\mathbb{R}$-аналитических гамильтоновых систем.

51. Дзета-функции Римана как гамильтониан канонического равновесия универсального маятника

Считается, что функция $\zeta(s)$ не удовлетворяет никакому обыкновенному дифференциальному уравнению с аффинным аргументом.

Однако, например, если учесть скрытую специальную («модулярную») адельную топологию на канонической непрерывной компактификации поля $\mathbb{C}$, имеющую потенциал в виде функции $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$, то ситуация меняется. А именно: с физической точки зрения такая топология на автоморфизмах компактификации поля $\mathbb{C}$ соответствует непрерывной (адиабатической) динамике, как раз и представляющей фазовый поток некоторых специальных дифференциальных уравнений.

Действительно, функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ оказывается, в свою очередь, потенциалом:

- фазового потока обыкновенных дифференциальных уравнений Пуассона;

- непрерывной (адиабатической) динамики уравнений Эйлера-Пуассона.

Фазовый поток (кинематических) уравнений Пуассона компактифицирует аргумент s и такое отображение компактификации как раз и представляет дифференциальные уравнения, имеющие как раз аффинную структуру соотношений на генераторы компактификации. Поэтому, естественно, сформулировать следующую гипотезу.

Гипотеза 5. Функция $\zeta(s)$ удовлетворяет универсальному кинематическому уравнению Пуассона (корректно определенному (($N = \infty$)-обобщению кинематического уравнению Пуассона), являющемуся обыкновенным дифференциальным уравнением над аффинным $\mathbb{R}$-временем и описывающим:

- динамику канонического равновесия универсального математического маятника;
- кинематику указанных в гипотезе 2 гамильтоновых систем;
- каноническую непрерывную динамику универсального маятника;
- каноническую адиабатическую динамику универсального маятника.

Функция $\zeta(s)$ обладает следующими характеристиками:

- является гамильтонианом универсального уравнения Пуассона над $\mathbb{R}$-временем;
- имеет скрытую операторно-значную структуру;
- имеет скрытую рекурсивную (точнее, *авто*рекурсивную) структуру.

Данные характеристики являются индуктивными обобщениями соответствующих объектов и свойств для дзета-функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ (см. утверждения об аналитической структуре общего решения уравнений Эйлера-Пуассона с учетом начальных условий из [1], [2]).

Функция $\zeta(s)$ как операторнозначная функция имеет канонический генератор с $SO(3, \mathbb{R})$-представлением в виде функционального оператора с потенциалом:

$$exp((t)^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2),$$

являющимся:

- $\mathbb{R}$-аффинным гамильтонианом кинематических уравнений Пуассона;
- аффинным потенциалом $\mathbb{Z}_2(t \to -t)$-инвариантной двояко-асимптотической динамики классического маятника к его вертикальному равновесию (см. [1], [2]);
- потенциалом канонической непрерывной локсодромической симметрии на $3d$-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$.

52. Математические модели представления дзета-функции Римана

Функция $\zeta(s)$ представляется следом универсального непрерывного ортогонального функционального представления Галуа, имеющего гипотетически эквивалентные реализации:

$$\zeta(s) = Trace\left(\left[Gal\,\overline{\mathbb{Q}}(t), Gal\,\overline{\mathbb{Q}}(t)\right] \xrightarrow{\rho} SO(3,\mathbb{R})\right) \tag{2}$$

$$\zeta(s) = Trace\left(\left[Gal\,\mathbb{Q}(t), Gal\,\mathbb{Q}(t)\right]^{\otimes(N\to\infty)} \xrightarrow{\rho} SO(3,\mathbb{R})\right) \tag{3}$$

$$\zeta(s) = Trace\,(Z_O\left(\mathbb{E}^4(\mathbb{R})\right) = Trace\,Z_O\left(\mathbb{S}^3(\mathbb{R})\right)^{\otimes(N\to\infty)}) \tag{4}$$

$$\zeta(s) = Trace\,(Transl\left(\mathbb{E}^4(\mathbb{R})\right) = Trace(exp(\mathbb{E}^4(\mathbb{R})/\mathbb{Z}^4)^{\otimes(N\to\infty)}) \tag{5}$$

где

- Z_O – каноническое отображение центральной симметрии;
- *Transl* – каноническое отображение параллельного переноса.

53. Дзета-функция Римана как гамильтониан адиабатического вращения гироскопа и универсальная непрерывная функциональная экспонента

Функция $\zeta(s)$ является потенциалом:

- динамики непрерывного/адиабатического вращения ротора универсального гироскопа в физическом пространстве, где:
  - адиабатический ротор $\Leftrightarrow Ker\ \rho$,
  - адиабатический ротор в физическом пространстве $\Leftrightarrow Image\ \rho$;
- колебаний универсального математического маятника в строго вертикальном равновесии (эквивалентной скрытой равновесной динамике универсального маятника в вертикальном равновесии);
- равновесной динамики $3d$-шара с канонической аналитической топологией.

Данные отображения являются различными реализациями $\zeta(s)$ как потенциала канонического *непрерывного* изоморфизма $(PSL_2(\mathbb{C}) \cong SO(3,\mathbb{C}))^{\otimes(N\to\infty)}$ горизонтальной (касательной).

Функция $\zeta(s)$ является:

- потенциалом отображения Фробениуса для универсальной $\mathbb{R}$-аналитической группы Галуа $Ad([Gal\,\mathbb{Q}(t), Gal\,\mathbb{Q}(t)]^{\otimes(N\to\infty)})$;
- универсальной непрерывной функциональной экспонентой.

54. Дзета-функция Римана и законы сохранения для универсального маятника

Следствия Гипотезы 5.

Функциональное уравнение для функции $\zeta(s)$ представляет закон сохранения кинетического момента для:

- автоколебаний универсального маятника около его канонического равновесия;
- $\mathbb{Z}_2(s \to -s)$-градуированное (эквивариантно неявное) уравнение на отображение аналитического вращения универсального гироскопа вокруг его оси;
- уравнение модели аналитической версии механизма Хиггса генерации пар «массивные частицы – поле их аналитической гравитации»;
- неявное уравнение на отображение <u>*канонического* </u>потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$;
- уравнение на множество отображений аналитических изометрий сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$;

- уравнение фазового потока универсального маятника.

Уравнение $\{\zeta(s) = 0\}$ представляет:
- закон сохранения импульса для:
  - автоколебаний точки закрепления универсального вертикального маятника,
  - оси вращения универсального гироскопа;
- уравнение нейтрального элемента канонического потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$ как канонической глобальной решетки;
- каноническое аффинное уравнение сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$ как *глобального* многообразия;
- уравнение фазового пространства универсального вертикального маятника.

Уравнение $\{\zeta(s) = 0\}$ – это *каноническое аффинное уравнение канонического* $\mathbb{R}$-*непрерывного/адиабатического времени.*

Функциональное уравнение для функции $\zeta(s)$ эквивалентно простейшему дифференциальному уравнению для «стрелы $\mathbb{R}$-аналитического времени», описывающему ее «самоподобие/самодействие/-автодуальность», где t - $\mathbb{R}$-аффинный (локальный) параметр:

$$\dot{X} = X, \text{ где } X = t/\mathbb{Z}_2(t \to -t), x \in \mathbb{R},$$

где $\mathbb{Z}_2(t \to -t)$ – отображение симметрии обратимости по времени для универсального маятника.

55. Схема «механического доказательства» гипотезы Римана

Потенциальное доказательство гипотезы Римана о расположении всех ее нетривиальных нулей на критической прямой может иметь интерпретацию эквивалентности представлений (2), (3), (4), (5) для $\zeta(s)$, сводящей это доказательство к «индукции по количеству звеньев универсального маятника». Такое доказательство можно назвать «механическим доказательством».

Модель «механического доказательства» основана на следующей механической интерпретации функции $\zeta(s)$.

Функция $\zeta(s)$ представляет:

- *гамильтониан универсального вертикального маятника* (терминологически кратко);
- гамильтониан (потенциал) *авто*колебаний универсального маятника в вертикальном равновесии.

Автоколебания универсального маятника в вертикальном равновесии (универсального вертикального маятника), как динамическая система, определяются следующими данными:

- *конфигурационное пространство*: стержень универсального вертикального маятника;
- *фазовое пространство*: образ канонического присоединенного группового фактор-*авто*сдвига на одно звено стержня универсального вертикального маятника;
- *фазовый поток* универсального вертикального маятника:
  - автоколебания универсального маятника в универсальном (вертикальном) равновесии (автоколебания универсального вертикального маятника),
  - непрерывные колебания универсального маятника,
  - адиабатические колебания универсального маятника.

Механическая интерпретация нулей функции $\zeta(s)$:

Нули $\{\zeta(s) = 0\}$ ассоциированы со стыками звеньев и самими звеньями универсального вертикального маятника так, что:

- тривиальным нулям соответствуют амплитуды четных относительных равновесий:

  амплитуды четных периодов упорядоченных стыков между звеньями универсального вертикального маятника (амплитуды периодов нижнего равновесия универсального вертикального маятника);

- нетривиальным нулям соответствуют:
  - амплитуды нечетных относительных равновесий: амплитуды нечетных периодов упорядоченных звеньев универсального вертикального маятника (амплитуды периодов его верхнего равновесия),
  - фазы четных относительных равновесий универсального вертикального маятника.

Собственными значениями

$\{$четных относительных равновесий$\}/\{$четных *авто*сдвигов на стержне универсального вертикального маятника$\}$

являются:

- канонические координаты упорядоченных *стыков звеньев* универсального маятника;
- канонические скорости *звеньев* универсального вертикального маятника;
- четные отрицательные числа.

Собственными значениями

$\{$нечетных относительных равновесий$\}/\{$нечетных *авто*сдвигов на стержне универсального вертикального маятника$\}$

являются:

- канонические координаты *звеньев* универсального вертикального маятника;
- угловые скорости *стыков звеньев* универсального вертикального маятника;
- прямая $\frac{1}{2} + it$ на комплексной плоскости $\mathbb{C}$.

Спектральная стэковая интерпретация нейтрального элемента фазового потока универсального вертикального *маятника* представляет:

- канонический фактор-групповой сдвиг на звеньях универсального вертикального маятника и индуктивно задается оператором-строкой длины $n \to \infty$:

  $$(\frac{i}{2}, \frac{i}{2}, \frac{i}{2} \dots, \frac{i}{2} \dots .)$$

  данный сдвиг представляет *универсальное периодическое винтовое движение* в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$, имеющее структуру экспоненциального отображения *со множеством его показателей – упорядоченными простыми числами;*
- кинетический момент точки закрепления универсального вертикального маятника в фактор-групповом стэковом представлении по его упорядоченным (натуральными числами) звеньям.

«Схема механического доказательства» гипотезы Римана:

База индукции доказательства:

- при $n = 1$ (единичный сдвиг) получаем фазовый поток однозвенного математического маятника в вертикальном равновесии с каноническим начальным условием $(\frac{i}{2})$ – моментом его точки закрепления;
- в этом случае соответствие с гипотезой Римана описывается структурой общего решения уравнений Эйлера-Пуассона, описанной в теоремах 3 - 5 из [1] (см. также основная теорема из [2]).

Шаг индукции доказательства:

При $n > 1$ получаем фазовый фактор-поток n-звенного математического маятника в вертикальном равновесии с каноническим начальным условием в виде n-компонентного вектора-строки $(\frac{i}{2}, \frac{i}{2}, \frac{i}{2} \ldots, \frac{i}{2})$ – моментом его точки закрепления.

Данный фазовый поток как фактор-отображение совпадает с потоком однозвенного маятника.

Теперь доказательство вытекает из справедливости гипотезы для $n = 1$.

Механическая интерпретация гипотезы Римана:

- тривиальные нули функции $\zeta(s)$ – канонический угол (конфигурационная координата) *универсального вертикального маятника*;
- нетривиальные нули функции $\zeta(s)$ – каноническая угловая скорость *универсального вертикального маятника*;
- каноническая двойственность на нулях функции $\zeta(s)$ – каноническое адиабатическое время *универсального маятника*: пара множеств {тривиальные нули $\zeta(s)$, нетривиальные нули $\zeta(s)$} – канонические периоды автоколебаний *универсального вертикального маятника* с каноническим $\mathbb{Z}_2$-градуированным упорядочением (п. 59).

56. Механическая интерпретация спектральных характеристик автоколебаний универсального маятника в вертикальном равновесии

$\boldsymbol{p}^{\frac{i}{2}}$ – периоды автоколебаний:

- точек стыков звеньев универсального маятника в его каноническом равновесии;
- точки закрепления универсального маятника.

$\boldsymbol{p}$ –

- периоды верхнего (нечетного) равновесия универсального (вертикального) равновесия универсального маятника;
- переменные «действие» на каноническом равновесии универсального маятника.

$\boldsymbol{n}$ –

- периоды нижнего (нечетного) равновесия универсального (вертикального) равновесия универсального маятника;

- переменные «угол» на каноническом равновесии универсального маятника.

$. -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{12}}-$

- собственная частота универсального маятника (частота собственных колебаний).

57. Дзета-функции Римана как потенциал универсальной модулярной параметризации и категории $\mathbb{R}$-аналитических представлений Галуа

Гипотеза 6. Функция $\zeta(s)$ – аффинный потенциал канонической аналитической параметризации стандартной $3d$-сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$.

Гипотеза 7. Функция $\zeta(s)$ – каноническая аффинная аналитическая мера на стандартном $3d$-шаре. В этом контексте имеются эквивалентные представления:

Аналитический контекст:

$$\{\text{риманова поверхность функции } \zeta(s)\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{Bmatrix} 3d - \text{сфера } \mathbb{S}^3(\mathbb{R}) \\ \text{с канонической аналитической мерой} \end{Bmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbb{R} - \text{аналитический } 3d - \text{шар} \\ \text{как канонический функциональный адельный } CW - \text{комплекс} \end{Bmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{Bmatrix} \text{каноническое } \mathbb{R} - \text{непрерывное вращение} \\ \text{аналитического } 3d - \text{шара} \\ \text{вокруг канонической неподвижной точки} \end{Bmatrix}.$$

Контекст теории представлений:

$$\{\text{функция } \zeta(s)\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{Bmatrix} \text{универсальный потенциал категории} \\ \mathbb{R} - \text{непрерывных } SO \text{ и } PGL - \text{представлений Галуа} \end{Bmatrix}.$$

Гипотеза 8. Отображение ρ является универсальной непрерывной компактификацией комплексной плоскости $\mathbb{C}$:

- с многосвязным прообразом над $\mathbb{C}$;
- с корректно определенным генератором в виде канонического $\mathbb{Z}_2$-градуированного отображения компактификации критической полосы для функции $\zeta(s)$ – канонической аффинной карте на универсальной бутылке Клейна $(Kl^3(\mathbb{R}))^{\otimes(n\to\infty)}$.

При этом ядро этой компактификации имеет $\mathbb{Z}_2$-градуированную структуру, соответствующую канонической $\mathbb{Z}_2$-градуировке множества нулей функции $\zeta(s)$: {тривиальные нули $\zeta(s)$, нетривиальные нули $\zeta(s)$}, где:

- {тривиальные нули $\zeta(s)\} \in \mathbb{R}$ – конфигурационные периоды: периоды амплитуды/угла канонического равновесия универсального маятника);
- {нетривиальные нули $\zeta(s)\} \in \frac{1}{2} + it$ – фазовые периоды: периоды фазы/угловой скорости канонического равновесия универсального маятника.

Гипотеза 9. Функция $\zeta(s)$ является потенциалом универсальной модулярной параметризации на кривых из гипотетического «универсального пространства полустабильных алгебраических кривых над полем алгебраических чисел $\overline{\mathbb{Q}}$».

Замечание. Данный подход к доказательству гипотезы Римана о нулях функции $\zeta(s)$ был сформулирован В.А. Исковских при обсуждении доклада Ю.В. Матиясевича «Тайная жизнь дзета-функции Римана» (см. YouTube).

58. Дзета-функция Римана как потенциал $\mathbb{R}$-эквивариантной КАМ-теории

Канонической аналитической (эквивариантной) версией классической теоремы Лиувилля-Арнольда для уравнений Эйлера-Пуассона, как отмечено в [1] и [2], является ее каноническое некоммутативное расширение посредством их инволюции обратимости по времени.

При этом, роль коммутативных прямолинейных обмоток лиувиллевых торов играют некоммутативные L-функциональные прямолинейные обмотки канонического некоммутативного тора – абсолюта канонического функционального пространства Лобачевского.

Экспоненты таких эквивариантных L-функций представляют кинетический момент аналитически интегрируемых волчков и имеют механический смысл потенциалов гироскопической динамики этих волчков.

Определение. Каноническое функциональное пространство Лобачевского $\Lambda^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})$ – глобальное непрерывное нормальное (глобальное кокасательное) расслоение $3d$-сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})$:

$$\Lambda^3(\mathbb{C}|\mathbb{R}) \coloneqq N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}|\mathbb{R}) \cong Image(T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}|\mathbb{R}) \cong_{C^0} T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}|\mathbb{R}))$$

Абсолют $A_{\Lambda^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})}$ функционального пространства Лобачевского $\Lambda^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})$ – глобальная непрерывная $3d$-сфера $\mathbb{S}^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})$:

$$A_{\Lambda^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})} \coloneqq id(N\mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}|\mathbb{R}) \cong id\, Ker(T_*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}|\mathbb{R}) \cong_{C^0} T^*\mathbb{S}^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})) \cong \mathbb{S}^3_O(\mathbb{C}|\mathbb{R})$$

Ингридиенты соответствия канонической аналитической теоремы Лиувилля-Арнольда для одной степени свободы и классической теоремы Лиувилля-Арнольда для изоэнергетического случая 3-х степеней свободы:

{$A_{\Lambda^3(\mathbb{C}|\mathbb{R})}$ – универсальный эквивариантный аналитический лиувиллев тор}

$$\Updownarrow$$

$$\{\mathbb{T}^2 \text{ – общий лиувиллев тор}\};$$

$$\{\ \Lambda^3(\mathbb{C}|\mathbb{R}) \text{ – универсальный эквивариантный аналитический лиувиллев блок}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\mathbb{T}^2 \times (0,1) \text{ – общий лиувиллев блок}\};$$

$$\{Isom\ \Lambda^3(\mathbb{C}|\mathbb{R}) \text{ – универсальный эквивариантный аналитический фазовый поток}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{g^{s|t}(\mathbb{T}^2 \times (0,1)) \text{ – аффинный фазовый поток}\}.$$

Общее L-функциональное решение $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ уравнений Эйлера-Пуассона оказывается конструктивным потенциалом эквивариантной КАМ-теории и, вместе с тем, оказывается фундаментальным контрпримером к КАМ-теории для данных уравнений.

В частности, все классические эффекты неинтегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона – эффекты расщепления сепаратрис, рождения бесконечного числа невырожденных периодических решений и ветвления решений в плоскости комплексного времени являются потенциалами интегрируемых случаев уравнений Эйлера-Пуассона (см. [2]).

Схематично, для случая вещественного аффинного времени универсальная аналитическая КАМ-теория в контексте индуктивного обобщения со случая одной аналитической степени свободы на случай произвольного (включая бесконечность) числа степеней свободы и ее сопоставления с классической теоремой Лиувилля-Арнольда имеет следующий конструктивный вид:

$$\{\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) \to \zeta(s)\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{потенциал расщепления сепаратрис}\};$$

$$\{\zeta\big(1-s, \Delta_{12}(q)\big) \to \zeta(1-s)\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{потенциал рождения бесконечного числа невырожденных гиперболических движений}\};$$

$$\{\text{функциональное уравнение для } \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big) \to \text{функциональное уравнение для } \zeta(s)\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{потенциал ветвления решений в плоскости } \mathbb{C}\text{-времени}\}.$$

Эквивариантное лиувиллево слоение: $(\Lambda^3(\mathbb{C}|\mathbb{R}))_{CW} \cong (\mathbb{S}^3(\mathbb{C})/[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)])_{CW}$.

Эквивариантная КАМ-теория: $(exp\ \Lambda^3(\mathbb{C}|\mathbb{R}))_{CW} \cong (\mathbb{S}^3(\mathbb{C})/Ad\ [Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)])_{CW}$.

59. Физическое время как каноническая связность Галуа на нулях дзета-функции Римана

Гипотеза 10. Модель физического (реального, размерного) времени для фазово-односвязных (фазово-когерентных) систем реализуется канонической универсальной аналитической параметризацией фазовых состояний универсального маятника над локальным (аффинным) $\mathbb{R}$-временем. Для невозмущенных гамильтоновых массивных систем такая параметризация реализуется функцией $\zeta(s)$ в соответствии со следующей иерархической схемой:

1. Каноническое «теоретико-множественное время»:

$$\left\{\begin{matrix}\text{канонический диагональный} \\ \text{групповой цикл } c_{diag} \text{на } Kl^3(\mathbb{C})\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{минимальная башня функциональных полей} \\ \mathbb{F}_1(s)/\mathbb{F}_0(s) \cong\ c_{diag}\ (\text{см. пп. } 16-17)\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническая глобальная теоретико} - \text{множественная} \\ \text{топология на пространстве} - \text{времени}\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{«универсальная башня глобальных функциональных полей Галуа»}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{нейтральный элемент универсальной глобальной группы Галуа}\}.$$

2. Каноническое «непрерывное время» – адиабатическое физическое время – представляется нейтральным элементом группового самосопряжения $exp(c_{diag}(Kl^3(\mathbb{C})))$ отображением канонического топологического времени $c_{diag}(Kl^3(\mathbb{C}))$:

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническое непрерывное/адиабатическое время} \\ \Leftrightarrow\ id\ exp(c_{diag}(Kl^3(\mathbb{C})))\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническая глобальная непрерывная топология} \\ \text{на пространстве} - \text{времени}\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{универсальная глобальная функциональная группа Галуа}\}.$$

3. Каноническое «аналитическое время» представляет физическое (реальное) время:

$$\{\text{каноническое аналитическое время}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$exp(c_{diag}(Kl^3(\mathbb{C})))$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{каноническая аналитическая двойственность} \\ \text{«тривиальные нули } \zeta(s)\ \Leftrightarrow\ \text{нетривиальные нули } \zeta(s))\text{»}\end{matrix}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{Bmatrix} \text{каноническая аналитическая параметризация} \\ (\vec{\gamma} - \vec{\omega}) - \text{периодического обобщенного эффекта Джанибекова (см. [1])} \end{Bmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{каноническое аналитическое отображение Фробениуса}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{Bmatrix} \text{каноническая глобальная аналитическая топология} \\ \text{на модельном пространстве} - \text{времени} \end{Bmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{универсальная производная функциональная группа Галуа}\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\{\text{физическое время}\}.$$

4. Канонический масштаб физического времени, параметризующего инерциальные физические процессы («абсолютного времени»), представляется генератором отображения канонического аналитического времени:

$$\{1\ \text{сек} = [Gal\ (\mathbb{F}_1/\mathbb{F}_0), Gal\ (\mathbb{F}_1/\mathbb{F}_0)] = Generator\ exp(c_{diag}(Kl^3(\mathbb{C})))\}.$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] Abrarov D.L. General solution $exp\ \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ of the Euler-Poisson equiations as the solution of the functional quaternionic q-pendulum and canonical functional exponent, 70 pages, intellectualarcchive. com, mathematics.

[2] Абраров Д.Л. Точная разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона: дзета-функция и глобальная динамика. Москва, Научный мир, 2021, 614 с.