А. Г. Штерн, П. Г. Штерн

Квантовомеханическое взаимодействие, безмассовое и безэнергетическое. (Квантовохронометрическое представление).

Микроскопические явления, в части доступной для наблюдений и измерений, осуществляемых сравнениями явлений с изменениями макроскопическими, посредством введения представления о промежутках между исчезновением предшествующего и возникновением последующего, сопоставляются с отрезками цепочки макроизменений, что приводит к введению понятия времени, как единственного средства описания результатов наблюдений и измерений. В таком случае, теория, не содержащая ненаблюдаемых величин, не что иное, как система соотношений и изменений соотношений между вышеупоминаемыми промежутками. Изложенная работа – построение описания квантовомеханического взаимодействия, не включающего ненаблюдаемых величин, основанного на невозможности судить о свободных от взаимодействия объектах, отвлечённое от взаимодействия существование которых – плод воображения о том, что не имеет определённого положения по отношению к подобным, тем более способного к определённому изменению. Слово «механика» в работе используется в силу исторической традиции, для обозначения тематической принадлежности работы. В работе построены уравнения совпадающие по форме с уравнениями Шредингера, с иным физическим содержанием входящих в них величин.

A.G.Shtern, P.G.Shtern

Quantum Mechanical Interaction, Massless and Powerless. (Quantum-Chokhronometric Representation).

Microscopic phenomena, in the part available to supervision and measurements which are carried out by means of comparisons of the phenomena with macroscopic changes, by means of introduction of the idea of intervals between disappearance of the previous one and emergence of the subsequent one, are compared with pieces of the chain of macrochanges, it leads to introduction of the notion of time as the only means to describe results of supervision and measurements. In this case, the theory which does not contain unobserved magnitudes, is nothing more than a system of ratios and ratios changes between above-mentioned intervals. The presented work – creation of the description of the quantum mechanical interaction which does not include unobserved magnitudes, based on impossibility to judge about objects free from interaction, and abstract from intercation which existence – is a fruit of imagination about what does not have a certain position in relation to similar ones, especially capable to a certain change. The word "mechanics" in the work is used due to the historical tradition to denote thematic charachteristic of the work. In the work are made equations coinciding in a form with Schrödinger's equations, where the contained magnitudes have different physical maintenance.

Осмысление экспериментальных данных начала прошлого столетия привело к убеждению, которое Л. Д. Ландау и Е. Ф. Лифшицем сформулировано следующим образом: «…механика, которой подчиняются атомные явления, - так называемая квантовая или волновая механика должна быть основана на представлениях о движении, принципиально отличных от представлений классической механики. В квантовой механике не существует понятия траектории частиц. Это обстоятельство составляет содержание так называемого принципа неопределённости – одного из основных принципов квантовой механики, открытого Гейзенбергом (W. Heisenberg, 1927)» стр.14, §1, гл.1, т.3, [1].

Полагая, что взаимодействие носит бинарный характер и что изменение, связанное с одним из объектов взаимодействия, вызывает изменение в другом из них не «мгновенно» (т.е. изменения последовательны в своих появлениях), а так же, что наблюдатель (экспериментатор) может сопоставлять эти наблюдаемые им изменения с некой иной, не связанной с наблюдаемыми объектами взаимодействия, равномерной последовательностью изменений, можно при создании математической модели взаимодействия пользоваться только одной величиной – временем, как, например, в уравнении (26) из [2]:

$$\frac{d^2}{dt^2}T(t)+\frac{1}{\left[\!\left[T\left\{\frac{1}{\sqrt{1-\{\frac{d}{dt}[T(t)]\}^2}}\bullet\left[t-\frac{d}{dt}\left(\frac{[T(t)]^2}{2}\right)\right]\right\}\right]\!\right]^2}\bullet\left(q_2^0+q_1^0\right)-\frac{\mathrm{const.}^2}{[T(t)]^3}=0.$$

Примечательно, что уравнение через мгновенные значения связывает три промежутка времени:

- взаимодействия T, отвечающий соотношению: $-1<\frac{d}{dt}[T(t)]<1$,

- состояния, иначе кинематический или наблюдения t, предполагается, что t включает T,
- относительный или релятивисткий $\frac{1}{\sqrt{1-\{\frac{d}{dt}[T(t)]\}^2}} \bullet \left[t - \frac{d}{dt}\left(\frac{[T(t)]^2}{2}\right)\right]$, соответствующий T и, в свою очередь, принадлежащий t,

связь, между которыми, и описывает взаимодействие. Эффект длительного наблюдения коротко живущих частиц показывает, что экспериментатор по отношению к наблюдаемому явлению находится в динамическом времени. Изменение в процессе взаимодействия времени взаимодействия не обязательно может происходить в результате перемещения объектов взаимодействия относительно друг друга, но и в результате изменения времени, в вышеприведённом примере названного динамическим.

Прибегая к соотношениям из [2] и записывая L_{ji} (функцию Лагранжа, если сохранять прежнее, до введения в [2] другого названия – кинетический потенциал, для объектов взаимодействия j и i) как $\frac{1}{2}\dot{T}_{ji}{}^2 - \frac{1}{2}\frac{C_{12}}{T_{12}^2} + \frac{K \cdot G \cdot q_j \cdot q_i}{T_{ji}}\left(\frac{1}{g_i^0} + \frac{1}{g_j^0}\right)$, при условии, $j \neq i$, и учитывая, что по [2] $\frac{\partial L_{ji}}{\partial \dot{T}_{ji}} = \frac{\partial}{\partial \dot{T}_{ji}}(\frac{1}{2}\dot{T}_{ji}{}^2) = P_{ji}$, для функции Гамильтона имеем: $H(T_{ji}, P_{ji}) = \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n} P_{ji}\,\dot{T}_{ji} - L = \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n} P_{ji}^2 - \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n} L_{ji}$. Принимая, для простоты, $n=2$ и отмечая, что для наблюдаемого квантовомеханического взаимодействия свободного объекта быть не может, так как вторым объектом тогда служит прибор наблюдения, получим выражение: $H(T_{12}, P_{12}) = P_{12}^2 - L_{12} =$

$$= P_{12}^2 - \frac{1}{2}P_{12}^2 + \frac{1}{2}\frac{C_{12}}{T_{12}^2} - \frac{K \cdot G \cdot q_1 \cdot q_2}{T_{12}}\left(\frac{1}{g_2^0} + \frac{1}{g_1^0}\right) = \frac{1}{2}P_{12}^2 + \frac{1}{2}\frac{C_{12}}{T_{12}^2} - \frac{K \cdot G \cdot q_1 \cdot q_2}{T_{12}}\left(\frac{1}{g_2^0} + \frac{1}{g_1^0}\right).$$

Полагая, что функции H и L являются интегралами изменений («движения») и при квантовомеханических взаимодействиях, представим волновую функцию в виде:

$$\Psi_{12}(T_{12}, t) = A \cdot e^{\frac{i}{\hbar}(P_{12} \cdot T_{12} - [\frac{1}{2}P_{12}^2 + \frac{1}{2}\frac{C_{12}}{T_{12}^2} - \frac{K \cdot G \cdot q_1 \cdot q_2}{T_{12}}\left(\frac{1}{g_2^0} + \frac{1}{g_1^0}\right)] \cdot t)}.$$

При стремлении T к ∞ выражение для $\Psi_{P_{12}}$ стремится к виду подобному выражению для плоской волны де Бройля.

Из приведённого выше: $H(T_{ji}, P_{ji}) = \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n} P_{ji}^2 - \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n} L_{ji} = \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n} P_{12}^2 - \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n} L_{ji}$, получаем

$$d\,H = \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n}(\frac{\partial H}{\partial P_{ji}} d\,P_{ji} + \frac{\partial H}{\partial T_{ji}} dT_{ji}) = \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n}[(2P_{ji} - P_{ji})d\,P_{ji} - \frac{\partial L_{ji}}{\partial T_{ji}} dT_{ji}] =$$

$$= \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n}[P_{ji}\,d\,P_{ji} - \frac{\partial L_{ji}}{\partial T_{ji}} dT_{ji}],$$

т.е.: $\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n}(\frac{\partial H}{\partial P_{ji}} d\,P_{ji} + \frac{\partial H}{\partial T_{ji}} dT_{ji}) = \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n}[P_{ji}\,d\,P_{ji} - \frac{\partial L_{ji}}{\partial T_{ji}} dT_{ji}]$, и это означает, что

$P_{ji} = \frac{\partial H}{\partial P_{ji}}, \quad \frac{\partial L_{ji}}{\partial T_{ji}} = -\frac{\partial H}{\partial T_{ji}}$, а потому в последнем равенстве с использованием

уравнения Лагранжа $\frac{d}{dt}\frac{\partial L_{ji}}{\partial \dot{T}_{ji}} = \frac{\partial L_{ji}}{\partial T_{ji}}$, или $\frac{d}{dt}\frac{\partial L_{ji}}{\partial P_{ji}} = \frac{\partial L_{ji}}{\partial T_{ji}}$, получим $\dot{P}_{ji} = -\frac{\partial H}{\partial T_{ji}}$, так, что имеют

место уравнения Гамильтона в привычном виде $\dot{T}_{ji} = \frac{\partial H}{\partial P_{ji}}$, или $P_{ji} = \frac{\partial H}{\partial P_{ji}}$, и $\dot{P}_{ji} = -\frac{\partial H}{\partial T_{ji}}$,

согласно которым, для $n=2$, $P_{12} = \frac{\partial H}{\partial P_{12}}$ и $\dot{P}_{12} = -\frac{\partial H}{\partial T_{12}}$. Тогда

$\Psi_{12}(T_{12}, t) = A \cdot e^{\frac{i}{\hbar}(\dot{T}_{12} \cdot T_{12} - [\frac{1}{2}\dot{T}_{12}{}^2 + \frac{1}{2}\frac{C_{12}}{T_{12}^2} - \frac{K \cdot G \cdot q_1 \cdot q_2}{T_{12}}\left(\frac{1}{g_2^0} + \frac{1}{g_1^0}\right)] \cdot t)}$, $\Psi_{12}(T_{12}, t) = A \cdot e^{\frac{i}{\hbar}(\frac{\partial H}{\partial P_{12}} \cdot T_{12} - [\,H(T_{12}, P_{12})] \cdot t)}$, а принимая во внимание, что $\dot{T}_{12} \cdot T_{12}$ и $\frac{\partial H}{\partial P_{12}} \cdot T_{12}$ непосредственно от времени не зависят, так как квантовомеханические объекты, как отмечено выше, не имеют траекторий движения, можем написать:

$\frac{\partial \Psi_{12}}{\partial t} = -A \cdot \frac{i}{\hbar}[\,H(T_{12}, P_{12})] \cdot e^{\frac{i}{\hbar}(\frac{\partial H}{\partial P_{12}} \cdot T_{12} - [\,H(T_{12}, P_{12})] \cdot t)}$, $\frac{\partial \Psi_{12}}{\partial T_{12}} = A \cdot \frac{i}{\hbar} \cdot \frac{\partial H}{\partial P_{12}} \cdot e^{\frac{i}{\hbar}(\frac{\partial H}{\partial P_{12}} \cdot T_{12} - [\,H(T_{12}, P_{12})] \cdot t)}$,

$$\frac{\partial^2\Psi_{12}}{\partial T_{12}{}^2} = A \cdot \frac{i}{\hbar} \cdot \frac{\partial H}{\partial P_{12}} \cdot \frac{i}{\hbar} \cdot \frac{\partial H}{\partial P_{12}} \cdot e^{\frac{i}{\hbar}(\frac{\partial H}{\partial P_{12}} \cdot T_{12} - [H(T_{12},P_{12})] \cdot t)}, \; \frac{\partial^2\Psi_{12}}{\partial T_{12}{}^2} = A \cdot \frac{i}{\hbar} \cdot \frac{\partial H}{\partial P_{12}} \cdot \frac{i}{\hbar} \cdot \frac{\partial H}{\partial P_{12}} \cdot \frac{1}{-A \cdot \frac{i}{\hbar}[H(T_{12},P_{12})]} \cdot \frac{\partial \Psi_{12}}{\partial t},$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{12}}{\partial t} = -\hbar^2 \cdot \frac{H(T_{12},P_{12})}{(\frac{\partial H}{\partial P_{12}})^2} \cdot \frac{\partial^2\Psi_{12}}{\partial T_{12}{}^2}\;; \; \Psi_{12}(T_{12},t) = \Psi_{12}(T_{12},0) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}H(T_{12},P_{12}) \cdot t},$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{12}}{\partial t} = -i\hbar\Psi_{12}(T_{12},0) \cdot \frac{i}{\hbar} H(T_{12},P_{12}) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}H(T_{12},P_{12}) \cdot t}, \; \frac{\partial \Psi_{12}}{\partial T_{12}} = \frac{\partial \Psi_{12}(T_{12},0)}{\partial T_{12}} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}H(T_{12},P_{12}) \cdot t},$$

$$\frac{\partial^2\Psi_{12}}{\partial T_{12}{}^2} = \frac{\partial^2\Psi_{12}(T_{12},0)}{\partial T_{12}{}^2} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}H(T_{12},P_{12}) \cdot t}; \; -i\hbar\Psi_{12}(T_{12},0) \cdot \frac{i}{\hbar} H(T_{12},P_{12}) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}H(T_{12},P_{12}) \cdot t} = -\hbar^2 \cdot \frac{H(T_{12},P_{12})}{(\frac{\partial H}{\partial P_{12}})^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{\partial^2\Psi_{12}(T_{12},0)}{\partial T_{12}{}^2} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}H(T_{12},P_{12}) \cdot t}, \; \frac{\partial^2\Psi_{12}(T_{12},0)}{\partial T_{12}{}^2} + \frac{H(T_{12},P_{12})}{\hbar^2 \cdot \frac{H(T_{12},P_{12})}{(\frac{\partial H}{\partial P_{12}})^2}} \Psi_{12}(T_{12},0) = 0,$$

$\frac{\partial^2\Psi_{12}(T_{12},0)}{\partial T_{12}{}^2} + \frac{(\frac{\partial H}{\partial P_{12}})^2}{\hbar^2}\Psi_{12}(T_{12},0) = 0$. А так как $\dot{T}_{12} = \frac{\partial H}{\partial P_{12}}$, то $\frac{\partial^2\Psi_{12}(T_{12},0)}{\partial T_{12}{}^2} + \frac{(\dot{T}_{12})^2}{\hbar^2}\Psi_{12}(T_{12},0) = 0$.

Иначе $\frac{\partial^2\Psi_{12}(T_{12},0)}{\partial T_{12}{}^2} + \frac{2}{\hbar^2}(H(T_{12},P_{12}) - (\frac{1}{2}\frac{C_{12}}{T_{12}^2} - \frac{K \cdot G \cdot q_1 \cdot q_2}{T_{12}}\left(\frac{1}{g_2^0} + \frac{1}{g_1^0}\right))\,\Psi_{12}(T_{12},0) = 0$, а, введя обозначение $U = \frac{1}{2}\frac{C_{12}}{T_{12}^2} - \frac{K \cdot G \cdot q_1 \cdot q_2}{T_{12}}\left(\frac{1}{g_2^0} + \frac{1}{g_1^0}\right)$, получим

$$\frac{\partial^2\Psi_{12}(T_{12},0)}{\partial T_{12}{}^2} + \frac{2}{\hbar^2}(H(T_{12},P_{12}) - U(T_{12}))\Psi_{12}(T_{12},0) = 0. \qquad (1)$$

Умножим левую часть уравнения (1) на $e^{-\frac{i}{\hbar}H(T_{12},P_{12}) \cdot t}$, а затем, воспользовавшись тем, что $\Psi_{12}(T_{12},t) = \Psi_{12}(T_{12},0) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}H(T_{12},P_{12}) \cdot t}$, заменим $H(T_{12},P_{12})\Psi_{12}(T_{12},0) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}H(T_{12},P_{12}) \cdot t}$ на $\frac{\partial \Psi_{12}(T_{12},t)}{\partial t}$ равное $-\frac{i}{\hbar} H(T_{12},P_{12})\Psi_{12}(T_{12},0) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}H(T_{12},P_{12}) \cdot t}$ и получим общее волновое уравнение:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{12}(T_{12},t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2}\frac{\partial^2\Psi_{12}(T_{12},t)}{\partial T_{12}{}^2} + U(T_{12})\Psi_{12}(T_{12},t). \qquad (2)$$

В итоге имеют место уравнения (1) и (2) такие же, что и в существующих математических моделях квантовомеханических явлений, с той только единственной, но существенной разницей, что физическое содержание входящих в них величин иное:

- ✓ H - хотя ему и оставлено в [2] название «функция Гамильтона» не имеет смысла полной энергии системы, а является суммой обобщённых потенциалов скоростей и положений, то есть полным потенциалом темпов (скоростей) изменений времён взаимодействий объектов участвующих во взаимодействии;
- ✓ U - согласно вышеуказанному, потенциал темпов изменений времён взаимодействий, зависящий от состояния времён взаимодействий.
- ✓ Для независимого от посторонних воздействий взаимодействия, H не меняется в течении взаимодействия, а U и $(H(T_{12},P_{12}) - U(T_{12})) = \frac{1}{2}P_{12}{}^2$ не зависят от t непосредственно.

Из уравнения (1) можно видеть соотношение размерностей $\left|\frac{\partial^2\Psi_{12}(T_{12},0)}{\partial T_{12}{}^2}\right| = \text{сек}^{-2} = |\frac{P_{12}{}^2}{\hbar^2}|$. Теперь, пользуясь, тем, что $|P_{12}| = |\dot{T}_{12}| = \frac{|T_{12}|}{|t|} = \frac{|t|}{|t|}$, получаем $|\ \hbar\ | = \text{сек}$. Если полагать истинным и в квантовомеханическом взаимодействии приведённое выше выражение для динамического времени $\frac{1}{\sqrt{1-\{\frac{d}{dt}[T(t)]\}^2}} \bullet \left[t - \frac{d}{dt}\left(\frac{[T(t)]^2}{2}\right)\right]$, то нагляднее оно может быть записано как $\frac{1}{\sqrt{1-\dot{T}_{12}{}^2}} \bullet [t - mod(T_{12} \cdot \dot{T}_{12})]$, или $\frac{1}{\sqrt{1-P_{12}{}^2}} \bullet [t - mod(T_{12} \cdot P_{12})]$. Последнее означает, что: $-1 < P_{12} < 1$. С другой стороны, T_{12} означает время, по истечении которого изменение в объекте 1 скажется на объекте 2 и наоборот. Следовательно, его можно представить как аналог отношения $\frac{X}{C}$ некоего скалярного параметра X, степени распространения изменения к максимальному из допустимых, в имеющих место физических условиях, изменению в единицу времени С. Конечно, это представление всего лишь условная, так как сопоставимым с параметрами других явлений параметром взаимодействия является T_{12}, но обязанная быть допустимой, схема. Продолжая рассуждения в рамках данной схемы, модуль производной по кинематическому времени t от вышезаписанного отношения $\frac{\dot{X}}{C}$ используем в равенствах $P_{12} = \dot{T}_{12} = \pm\frac{V}{C}$, что означает $-1 < P_{12} < 1$, из-за того, что из возможных величин изменений в единицу времени V, наибольшая есть С.

Пользуясь тем, что $(H(T_{12}, P_{12}) - U(T_{12})) = \frac{1}{2}{P_{12}}^2$, уравнение (1) представим как

$$\frac{\partial^2\Psi_{12}(T_{12},0)}{\partial {T_{12}}^2} + \frac{1}{\hbar^2}{P_{12}}^2\Psi_{12}(T_{12},0) = 0. \quad (3)$$

Согласуясь с опытами, являющимися прямыми доказательствами дискретности состояний квантовомеханических систем и тем, что необходимо для выявления связи между P_{12} и T_{12}, выражаемой уравнением (3), будем помнить, что, $\frac{1}{\hbar^2}{P_{12}}^2$ не только непосредственно не зависит, как отмечалось выше, от t, но и, к тому же, является величиной постоянной для соответствующего состояния. То есть, данная связь может представляться, как однозначная функция определяемая на множестве, в частности счётном, чисел из диапазона $0 < {P_{12}}^2 << 1$ и принимающая значения из множества функций $\int_0^\infty |\Psi_{12}(T_{12},0)|^2 d\,T_{12} = 1$.

С учётом, что $\frac{1}{2}{P_{12}}^2$ является величиной постоянной для соответствующего состояния, дальнейшие рассуждения тривиальны. Для коммутатора операторов $\widehat{P}_{12}$ и $\widehat{T}_{12}$ запишем $\widehat{P}_{12}\widehat{T}_{12} - \widehat{T}_{12}\widehat{P}_{12} = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial T_{12}}\widehat{T}_{12} - \widehat{T}_{12}\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial T_{12}}$, применив который к волновой функции Ψ_{12}, получим $i\,\hbar T_{12}\frac{\partial\Psi_{12}}{\partial T_{12}} - i\,\hbar\frac{\partial}{\partial T_{12}}(T_{12}\Psi_{12}) = i\,\hbar T_{12}\frac{\partial\Psi_{12}}{\partial T_{12}} - i\,\hbar\Psi_{12} - i\,\hbar T_{12}\frac{\partial\Psi_{12}}{\partial T_{12}} = -i\,\hbar\Psi_{12} = (\widehat{P}_{12}\widehat{T}_{12} - \widehat{T}_{12}\widehat{P}_{12})\Psi_{12}$, то есть $\widehat{T}_{12}\widehat{P}_{12} - \widehat{P}_{12}\widehat{T}_{12} = i\,\hbar$.

Уравнение (3) целесообразно привести к безразмерному виду (нижние индексы опустим из-за того, что уравнение может быть отнесено к любому бинарному взаимодействию, кроме взаимодействия с самим собой, а частную производную заменим на обыкновенную потому, что Ψ зависит только от одной переменной T):

$\frac{d^2\Psi(T,0)}{\frac{P^2}{\hbar^2}dT^2} + \Psi(T,0) = 0;\ \check{T} = \frac{P}{\hbar}T:\ \frac{d\Psi}{dT} = \frac{d\Psi}{d\check{T}}\frac{d\check{T}}{dT}:\ \frac{d^2\Psi}{dT^2} = \frac{P^2}{\hbar^2}\frac{d^2\Psi}{d\check{T}^2}$.

$$\frac{d^2\boldsymbol{\Psi}(\check{T})}{d\check{T}^2} + \boldsymbol{\Psi}(\check{T}) = 0, \quad (4)$$

где $\boldsymbol{\Psi}(\check{T}) = \Psi(\check{T}\frac{\hbar}{P})$,

Решением уравнения (3), удовлетворяющим условию $\boldsymbol{\Psi} = 0$ при $T = 0$ и $\check{T} = 0$, отвечающему физическому смыслу взаимодействия, является $\boldsymbol{\Psi}(\check{T}) = a\sin\check{T}$. В других точках $\boldsymbol{\Psi} = 0$ при $\check{T} = \pi n$, то есть $\frac{PT}{\hbar} = \pi n$, где $n \in \mathbb{N}$.

Иной вид последнего равенства $PT = n\pi\hbar$ наглядно показывает, что стремление уменьшить воздействие на состояние взаимодействия, заключающееся в уменьшении P влечет обратно пропорциональный рост Т.

Минимальное значение произведения PT будет при $n = 1$, обозначая в этом случае Р через ΔP и Т через ΔT получим $\Delta P\Delta T \geq \pi\hbar \geq \frac{\hbar}{2}$. Отношение $\frac{P}{\hbar} = \frac{n\pi}{T}$, а собственные функции будут $\Psi_n(\tau) = a\sin\frac{n\pi}{T}\cdot\tau$, где $0 \leq \tau \leq T$. Для нахождения коэффициента a воспользуемся условием нормировки, которое в данном случае запишется следующим образом:

$$a^2\int_0^T sin^2\frac{n\pi}{T}\cdot\tau d\tau = 1.$$

На концах промежутка интегрирования подынтегральная функция обращается в нуль. Поэтому значение интеграла можно получить, умножив среднее значение $sin^2(n\pi\tau/T)$ (равное, как известно, 1/2) на длину промежутка Т. В результате получим $\frac{a^2T}{2} = 1$, откуда $a = \sqrt{2/T}$. Таким образом, полученные последовательности чисел $\frac{P^2T^2}{\hbar^2} = n^2\pi^2$ и функций $\Psi_n(\tau) = \sqrt{2/T}\cdot\sin\frac{n\pi\tau}{T}$ являются собственными значениями и ортогональной и нормированной системой собственных функций (стр. 16, ч. 3, гл. 1 и стр.527, ч.177, § 1, гл.4, [3]).

Обращаясь к понятию измерения, значение которого подчёркнуто на стр. 78 в конце § 18 [1] словами «играющему фундаментальную роль в квантовой механике (как об этом подробно шла речь в § 7)», отметим, что:

- ✓ роль понятия измерения в квантовой механике, выяснение которой принадлежит Бору (*N. Bohr*), стр.15, §1, [1], подразумевает освещение процесса взаимодействия между прибором и квантовым объектом, там же на стр.15, §1, [1], причём роль прибора может выполнять и микроскопический объект;
- ✓ прибор, являющийся классическим объектом, участвует во взаимодействии используемом, как измерительный процесс, благодаря квантовомеханическим свойствам, присущим, согласно де Бройлю, любому телу, так, что для другого квантовомеханического объекта он является обычным квантовомеханическим объектом без каких-либо особенностей;
- ✓ взаимодействие выражается в изменении времени, по истечении которого состояние одного из участников взаимодействия скажется на состоянии другого, именуемого временем взаимодействия;
- ✓ в случае, когда наблюдатель (регистратор) неподвижен относительно прибора, прибор и наблюдатель, оба, находятся в одной лаборатории, или неподвижных относительно друг друга лабораториях, время взаимодействия изменяется в зависимости от времени наблюдателя, для чего не только перемещения прибора в единицу времени относительно лаборатории должны быть невелики, но и изменение времени взаимодействия относительно самого из кратчайших среди возможных должно быть невелико (см. приведённое выше уравнение (26) из [2];
- ✓ при протекании измерения, система участников взаимодействия может не отвечать, даже приближённо, условию изолированности.

Библиографический список

1. Л.Д. Ландау, Е.Ф. Лифшиц. Теоретическая физика, квантовая механика (нерелятивистская теория) 4-е изд., испр. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989, - 768 с. (т.3).
2. A.G. Stern, P.G. Stern. IntellektualArchive, Volume 2, Number 1, January 2012, Publisher: Shiny World Corp., Toronto, 11-20.
3. В.И. Смирнов, Курс высшей математики, том четвёртый, издание третье.- М.: Министерство культуры СССР – Главиздат, Государственное издательство технико--теоретической литературы, 1953,- 804 с..