The canonical analytical three-dimensional sphere as the orbit of the phase flow of the Euler-Poisson equations and the generalized Dzhanibekov effect

D.L. Abrarov
abrarov@yandex.ru

Abstract. The main aspects of the equivalence of the phase flow of the Euler-Poisson equations and the canonical simply connected analytical structure on the three-dimensional sphere are given in accordance with the results of [1]-[5] as well as some additions. In this context, emphasis is placed on such a celestial-mechanical application as a natural generalization of the well-known Dzhanibekov effect (generalized Dzhanibekov effect), considered in the model of a ball gravitational dipole of relative dynamics in the Earth-Moon system.

Keywords: *Euler-Poisson equations, exact solvability, equivariant analytic structure on the 3d- sphere, Poincaré analytic 3d-conjecture, vertical pendulum, canonical fibered analytic Klein bottle, fundamental classical mistakes, Frobenius analytic map, generalized Dzhanibekov effect, generalized Chandler wobble, canonical four-dimensional polar coordinate system, canonical parametrization of* $E/\mathbb{Q}$ *curves, canonical equivariant separation of variables, Galois axis, Galois complex, «real-time complex».*

1. Каноническая аналитическая структура на трехмерной сфере и эффект точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона в специальных L-функциях

Смысл аналитических дифференциальных уравнений Эйлера-Пуассона состоит в локальном описании пространства аналитических поворотов в трехмерном евклидовом пространстве. Сразу отметим, что далее *все рассмотрения ведутся над формальным комплексным временем* (что, в итоге, соответствует рассмотрению случая общего аналитического возмущения исходных уравнений).

Смысл интегрирования данных уравнений заключается в глобальной аналитизации специальной ортогональной группы $SO(3)$, или эквивалентно, в глобальной аналитизации 3d-сферы $\mathbb{S}^3$.

Эффект точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона состоит в существовании конструктивного результата этой глобализации в виде ее эффективно координатизируемой канонической геометрической модели, представляющей каноническое односвязное аналитическое расслоение Хопфа 3d-сферы $\mathbb{S}^3$.

Образно говоря, фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона – это просто *каноническая глобальная сфера* $\mathbb{S}^3$, или – сфера $\mathbb{S}^3$ с каноническим самоподобием. Но это нетривиальный объект, имеющий не только евклидову структуру но и, в частности, функциональную и проективную структуру.

Глобальная *сфера* $\mathbb{S}^3$ получается из стандартной сферы $\mathbb{S}^3$ ее «динамическим аналитическим выворачиванием наизнанку на себя » аналитической симметрией обратимости по времени исходных уравнений – корректно определенным отображением канонической аналитической самодвойственности глобального изоморфизма ее касательного и нормального расслоений.

«Аддитивная аффинная проекция» этого изоморфизма является зеркальной симметрией обратимости по классическому аффинному времени классического гамильтониана уравнений Эйлера-Пуассона (и соответственно, симметрией обратимости по времени самих уравнений).

То есть, *глобальная сфера* $\mathbb{S}^3$ есть каноническое односвязное аналитическое двулистное *авто*накрытие себя и представляет собственное *глобальное расслоение* Хопфа (качественно имеющее «топологический факторизационный смысл» для топологической структуры сферы $\mathbb{S}^3$).

Соответствие этой геометрии с механикой уравнений Эйлера-Пуассона вполне естественно: это расслоение – график канонической монодромии сопровождающего аналитические волчки тетраэдра. Удивительно, что эта совершенно естественная, и по сути, базовая «нормировочная симметрия» не фигурирует в классическом рассмотрении исходных уравнений.

Такая, сама по себе естественная симметрия, имеет еще более «элементарную» и наглядную, по сути аксиоматическую, реализацию:

это каноническая <u>аналитическая</u> гомотетия правильного двумерного тетраэдра относительно его центра в трехмерном евклидовом пространстве.

Подчеркнем, что вся скрытая и конструктивная высокосимметрийность этого «элементарного» отображения запакована в свойство его *аналитичности*.

Такова «фундаментально твердотельная» красивая минимальная (тетраэдральная) геометрическая модель уравнений Эйлера-Пуассона,

- учитывающая пропускаемую в классическом рассмотрении *аналитическую симметрию их обратимости по времени*;
- принципиально исключающая их «строго установленную» неинтегрируемость методами КАМ-теории:
  явление «неинтегрируемости» и ассоциированной с ней «явление динамической хаотизации при общем аналитическом возмущении», по-сути означают
    - «расщепление» (по аналогии с хаотизирующим эффектом «расщепления сепаратрис») аксиоматических основ геометрических моделей пространства, влекущее, например, несуществование тетраэдра как базового объекта евклидова трехмерного пространства с аналитической структурой,
    - «расщепление» базового пространства-времени, влекущее, в частности, несуществование аналитической симметрии подобия трехмерного евклидова пространства относительно его выделенных точек;
    - доминацию нерезонансной (то есть, необратимой, непериодической) фазовой динамики над резонансной (обратимой, периодической) динамикой;
    - следствие анализа физически размерной задачи (по своему исходному смыслу) безразмерным математическим аппаратом, базирующемся на классическом и неэквивариантном «$\varepsilon - \delta$» анализе Коши.

Данные геометрические модели уравнений Эйлера-Пуассона реализуют каноническое упорядочение на пространстве 3d-евклидовых аналитических поворотов вокруг выделенного центра, аналогично роли функции e^{it} для поворотов стандартной окружности на 2d-плоскости.

Отображение упорядочения аналитических таких 3d-поворотов (аналитических вращений 3d-сферы $\mathbb{S}^3$) представляет общее решение исходных уравнений и имеет нетривиальную функционально-арифметическую Галуа-структуру.

Трехмерный аналог вращения e^{it} окружности для трехмерной сферы $\mathbb{S}^3$ является операцией канонического универсального аналитического вращения сферы $\mathbb{S}^3$ вдоль ее корректно определенной локсодромы.

Такая эквивариантная связность

- имеет интерпретацию эквивариантного функционального (односвязного аналитического) аналога классического отображения Фробениуса $x \to x^p$ на поле $\mathbb{F}_p$ транзитивно вращающего сферу $\mathbb{S}^3$ саму по себе вдоль ее канонической локсодромы,
- является образом динамики на невырожденных гиперболических движениях из сепаратрисы волчка Эйлера

- при односвязном аналитическом продолжении сепаратрисной динамики в бесконечность формального аффинного времени,
- при односвязном аналитическом разрешении особенности фазового потока волчка Эйлера в точке его закрепления.

Нормальная форма такого *функционального вращения* является эквивариантным отображением Фробениуса («эквивариантным Фробениусом») и локально описывается уравнениями Ковалевской для ее случая интегрируемости (в итоге – это нормальная форма уравнений Эйлера-Пуассона).

Данная ротационная связность реализует скрытую симметрию специальной неголономной связи, имеющей неявное аффинное уравнение $[\vec{\gamma}(t), \vec{\omega}(t)] = 0$ в стандартных аффинных кинематических переменных уравнений Эйлера-Пуассона.

Неявная связь $[\vec{\gamma}(t), \vec{\omega}(t)] = 0$ собственно и соответствует свободной фазовой твердотельности: это *неявное аффинное уравнение триэдра*, универсально сопровождающего аналитические волчки (три попарно ортогональных скрещивающихся реберных медианы универсального сопровождающего аналитические волчки тетраэдра).

Эквивариантное отображение Фробениуса является *групповым аналитическим* самосопряжением отображения потока больших кругов сферы $\mathbb{S}^3$, рассмотренного как функциональный CW-комплекс, представляющий ее глобальное расслоение Хопфа.

Классы эквивалентности (циклы) эквивариантного отображения Фробениуса представляют фазовые потоки интегрируемых случаев исходных уравнений.

Физической реализацией этой геометрической модели общего решения уравнений Эйлера-Пуассона над формальным комплексным временем является естественное обобщение эффекта Джанибекова, дополнительно к исходному парадоксальному периодическому кувырковому эффекту, включающее внутренние спиновые автоколебания в системе «Земля-Луна» (обобщенные Чандлеровские колебания – единые автоколебания: прецессия Земной оси и либрация Луны, см. п.9).

Орбитальная часть обобщенного эффекта Джанибекова – это экспериментально наблюдаемое на околоземной орбите явление строго периодической и практически мгновенной (дельта-образной) смены ориентации любого массивного орбитального объекта (гайки, троса, шланга, искусственного спутника, орбитальной станции, ее модуля, …) при его вращательном возмущении.

Собственно обобщенный эффект Джанибекова

- имеет смысл общего решения уравнений Эйлера-Пуассона над комплексным временем, которое является его математической моделью;
- реализует каноническое гамильтоново представление уравнений Эйлера-Пуассона (аналитически суперсимметричное по исходным конфигурационным и импульсным переменным);
- описывает собственные автоколебания канонического шарового гравитационного диполя, моделирующего планетарно-спутниковую систему «Земля-Луна» (аналитическую гамильтонову систему с внутренним спиновым резонансом 1:1, в которой и был обнаружен исходный эффект «периодического спинового кувырка закрученной гайки с барашками» в 1985 г. космонавтом В.А. Джанибековым при наблюдении за свободной динамикой такой гайки в невесомости, скрученной им с крепежного болта).

Односвязное аналитическое расслоение Хопфа трехмерной сферы $\mathbb{S}^3$ (односвязное глобальное расслоение Хопфа)

- реализует универсальную теорему Лиувилля-Арнольда для случая трех аффинных степеней свободы:

    - аналитический класс гладкости интегралов именно для этого случая числа классических степеней свободы (равного 3-м) универсален,
    - это теорема Лиувилля-Арнольда для случая одной *канонической глобальной аналитической степени свободы* – канонического аналитического маятника
- создает возможность *конструктивного* глобального (проинтегрированного локального) описания этого пространства как
    - односвязной аналитической связности – канонической экспоненциальной структуры на трехмерной сфере $\mathbb{S}^3$,
    - канонического односвязного аналитического потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3$ (эквивалентно – *ко*кругов на $\mathbb{S}^3$– *ко*сфере $\mathbb{S}^3$– каноническом глобальном нормальном расслоении $\mathbb{S}^3$),

  в виде естественной функционально-арифметической аппроксимации указанной эквивариантной экспоненты сферы $\mathbb{S}^3$ канонически упорядоченными слоями ее глобального расслоения Хопфа.

Говоря в целом, конструктивность описания такой геометрической модели фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона обеспечивается специальной канонической Галуа-структурой этого отображения, существующей только в аффинной конфигурационной размерности «3».

Отметим еще раз: данная Галуа-структура имеет естественный механический «твердотельный» смысл: она является симметрией канонической аналитической монодромии правильного двумерного тетраэдра, универсально сопровождающего аналитические волчки (правильного 2d-тетраэдра, жестко связанного с их эллипсоидами инерции – сопровождающего тетраэдра).

Орбиты отображения экспоненциальной структуры на трехмерной сфере $\mathbb{S}^3$– это просто канонические аналитические вращения сферы $\mathbb{S}^3$.

Именно это каноническое односвязное экспоненциальное отображение и является отображением фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона (см. [1]-[5]).

Конструктивность экспоненциальной структуры на трехмерной сфере $\mathbb{S}^3$ означает наличие у нее явного канонического потенциала (в естественных координатах на потраекторном представлении) в виде функции $exp\ \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$, имеющего нетривиальные циклы – функции $exp\ L(s, E/\mathbb{Q})$.

Функция $exp\ \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ является единым потенциалом потока больших кругов на трехмерной сфере $\mathbb{S}^3$; функции $exp\ L(s, E/\mathbb{Q})$ являются потенциалами классов ограничений этого потока на выделенные большие одномерные круги – канонические компактификации выделенных кривых $E/\mathbb{Q}$ своими нейтральными элементами.

Функция $exp\ \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ представляет канонический потенциал аналитической структуры на трехмерной сфере $\mathbb{S}^3$ и является

с динамический точки зрения:

- потенциалом симметрии инволюции обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона, аналитически и транзитивно действующей на их пространстве состояний;
- потенциалом фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона;
- потенциалом автоколебаний классического математического маятника около (вокруг) вертикального равновесия (« около» – «локальный» термин, «вокруг» – «глобальный»; в ситуации обратимости по времени они эквивалентны);

  в потраекторном представлении этих отображений;

с геометрической точки зрения:

- потенциалом канонической аналитической центральной симметрии в трехмерном евклидовом пространстве относительно выделенного центра,

- потенциалом односвязной $\mathbb{C}$-аналитической структуры (связности) на стандартной трехмерной сфере $\mathbb{S}^3$.

На качественном механическом уровне функция $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ является потенциалом

- канонической равновесной динамики однородного массивного трехмерного шара, стоящего на своей нижней точке в плоско-параллельном поле тяжести;
    - генератором данной динамики является фазовый поток
        - канонического сопровождающего аналитические волчки тетраэдра
        - *классического математического маятника строго в вертикальном равновесии* (по отношению к классическому плоско-параллельному полю гравитации),
    - q – каноническая аффинная координата
        - в плоскости сопровождающего триэдра (внутри сопровождающего тетраэдра) относительно выделенной реберной медианы,
        - *на вертикальном маятнике* (глобальный, аналитизированный угол φ классического маятника),
    - $\Delta_{12}(q)$ – каноническая аффинная координата
        - на непрерывной монодромии сопровождающего тетраэдра,
        - *на нижнем равновесии* вертикального маятника,
    - $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ – каноническая координата
        - на непрерывной монодромии сопровождающего тетраэдра,
        - *на верхнем равновесии* вертикального маятника,
    - $exp\,\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ – каноническая координата
        - на аналитической монодромии сопровождающего тетраэдра,
        - *на автоколебаниях вертикального маятника* – автоколебаниях классического, но обратимого по времени, математического маятника около его канонического равновесия (*это вертикальное равновесие классического маятника*);
- канонического качения по инерции (односвязного аналитического качения) материальной точки единичной массы по сфере $\mathbb{S}^3$.

В этом контексте интегрируемые случаи уравнений Эйлера-Пуассона являются *каноническими циклами* этих модельных динамических систем, например, циклами канонической односвязно аналитической сферы $\mathbb{S}^3$.

Далее в тексте для краткости

- *все рассмотрения ведутся над формальным комплексным временем* (аффинно параметризующем фазовые траектории *общего аналитического возмущения* исходных уравнений);
- используется презентационный «резюмирующий стиль» без формата формулировок утверждений, в основном, уже приведенных в работах [1]-[5];
- в этом презентационном контексте конкретные ссылки на приводимые утверждения, как правило, не даются.

Дополнения к текстам [1]-[5] касаются

- наблюдения об «аналитической гипотезе Пуанкаре» как о геометрической модели для фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона;
- эквивариантного отображения Фробениуса и его «аналитического изоэнергетического смысла»;
- включение Чандлеровских колебаний Земной оси и либрации Луны в физическую составляющую обобщенного эффекта Джанибекова;
- введения глобальной (логарифмической) метрики в нормальном расслоении сферы $\mathbb{S}^3$;
- описания «канонической четырехмерной полярной системы координат»; канонически разделяющей переменные уравнений Эйлера-Пуассона в терминах «комплекса Галуа

реального времени» – канонической Галуа-градуированной флаговой структуры кинетического момента универсального аналитического волчка.

2. Связь уравнений Эйлера-Пуассона с трехмерной гипотезой Пуанкаре

Нетривиальная (в отличие от случая непрерывной сферы $\mathbb{S}^3$) и конструктивная алгебраическая структура таких циклов представляет *гладкий аналог* непрерывной 3d-гипотезы Пуанкаре, реализующий ее универсальное односвязное возмущение.

В этом контексте механическим смыслом классической непрерывной 3d-гипотезы Пуанкаре гипотетически является *гомотопически тривиальная* топологическая структура фазового потока тривиального волчка (матрица тензора инерции является единичной, точка закрепления произвольна).

В рамках эквивалентности «тривиальный волчок ⟷ каноническая непрерывная сфера $\mathbb{S}^3$» орбита фазового потока тривиального волчка является

- орбитой канонического непрерывного вращения сферы $\mathbb{S}^3$ по своей локсодроме, гипотетически представляющая общее решение уравнений Риччи (канонический поток Риччи – канонический непрерывный локсодромический поток на $\mathbb{S}^3$);
- орбитой канонической двойственности гомотопически тривиального фазового пространства тривиального волчка ($\pi_1\left(\mathbb{S}^3_{C^0}\right) \cong 0$) и его гомологически тривиального конфигурационного пространства ($H_1\left(\mathbb{S}^3_{C^0}\right) \cong 0$), где для любого односвязного непрерывного многообразия $M^3_{C^0}$ имеются групповые изоморфизмы

$$H_1(M^3_{C^0}) \cong M^3_{C^0}/Gal\,\mathbb{Q}(s) \cong H_1\left(\mathbb{S}^3_{C^0}\right),$$

$$\pi_1(M^3_{C^0}) \cong M^3_{C^0}/[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)] \cong \pi_1\left(\mathbb{S}^3_{C^0}\right),$$

  и где
  - отображения $Gal\,\mathbb{Q}(s)$ и $[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)]$ определены внутренним образом как группа Галуа и коммутант группы Галуа функционального поля $\mathbb{Q}(s)$ (см. п.6)
  - имеют место только в конфигурационной размерности «3»;
    - это выражает размерно уникальную специфику аффинного трехмерия: только оно обладает указанной выше транзитивной непрерывной групповой Галуа-структурой;
    - $M^3_{C^0}/Gal\,\mathbb{Q}(s)$ – каноническая универсальная триангуляция односвязных топологических многообразий $M^3_{C^0}$,
    - $M^3_{C^0}/[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)]$ – каноническое универсальное кубирование односвязных топологических многообразий $M^3_{C^0}$.

Каноническая связь непрерывной 3d-гипотезы Пуанкаре с динамикой классических волчков, как естественно предположить, состоит в том, что имеют место эквивалентные реализации группы $M^3_{C^0}/[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)]$:

- фазовый поток тривиального волчка,
- каноническая инвариантная симметрийная форма «хирургии потока Риччи».

С математической точки зрения, утверждение состоит в том, что *любое трехмерное непрерывное односвязное многообразие* является $[Gal\,\mathbb{Q}(s), Gal\,\mathbb{Q}(s)]$-инвариантным.

Это означает, что любое аффинно трехмерное (и только аффинно трехмерное) и односвязное топологическое многообразие обладает автоматическим приведением к единой нормальной нормальной форме – канонической непрерывной сфере $\mathbb{S}^3_{C^0}$.

Собственно процесс такой *авто*нормализации односвязных многообразий $M^3_{C^0}$ должен иметь смысл «потока Риччи с хирургией», использованного как основной инструмент доказательства трехмерной гипотезы Пуанкаре.

Тогда аналогом «потока Риччи с хирургией» (в этом механическом контексте) является «*пред*эквивариантная автохирургия» – это отображение фазового потока кинематических уравнений Пуассона, генерируемое канонической непрерывной самодвойственностью фазового потока «вертикального маятника» и имеющего вид:

$$M^3_{C^0}/[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \cong \pi_1\left(\mathbb{S}^3_{C^0}\right).$$

В этом контексте отображение двойственности гомологической и гомотопической сферы $\mathbb{S}^3$ эквивалентно «потоку Риччи с хирургией», представляющем естественную двойственность механической реализации фундаментального решения уравнений Эйлера-Пуассона (фазового потока тривиального волчка):

$$\{\text{ось гироскопа: } (H_1\left(\mathbb{S}^3_{C^0}\right) \cong 0)\} \Leftrightarrow \{\text{ротор гироскопа: } (\pi_1\left(\mathbb{S}^3_{C^0}\right) \cong 0)\},$$

Орбитой данной двойственности является универсальное фазовое пространство уравнений Эйлера-Пуассона как универсальное пространство относительных равновесий аналитических волчков.

Двойственность «ось⟷ротор» также имеет интерпретации следующих отображений:

- канонической непрерывной самодвойственности стандартного двумерного тетраэдра, сопровождающего аналитические волчки;
- канонической непрерывной самодвойственности правильного 2d-тетраэдра;
- канонической непрерывной двойственности верхнего и нижнего положений вертикального равновесия классического математического маятника;
- непрерывной самодвойственности канонического вертикального равновесия классического математического маятника.

Гладким аналогом «потока Риччи с хирургией» в рассматриваемом механическом контексте является «эквивариантная *авто*хирургия»: собственно аналитический фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона, генерируемый канонической производной самодвойственностью фазового потока «вертикального маятника» и имеющим вид:

$$\pi_1(\mathbb{S}^3_{an}) \cong M^3_{an}/exp[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)].$$

3. Каноническая аналитическая структура на трехмерной сфере как ее каноническое самоподобие и фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона

Односвязно аналитизированная сфера $\mathbb{S}^3$, как модельная динамическая система для уравнений Эйлера-Пуасссона, описывается дифференциальным уравнением инцидентности векторов угловой скорости и ее эквивариантной производной (вектора кинетического момента) для $\mathbb{C}$-аналитических волчков:

$$\dot{\vec{\omega}}_{an} = \vec{\omega}_{an}, \qquad (1)$$

где

- переменная $\vec{\omega}_{an}$ пробегает
  - вектора угловой скорости $\mathbb{C}$-*аналитических* волчков инвариантные относительно симметрии обратимости по $\mathbb{C}$-времени их фазовой динамики,
  - точки канонического функционального пространства Лобачевского: в этом контексте фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона является отображением проективной самодвойственности этого проективного пространства;

- операция дифференцирования представляет дифференцирование по обратимому $\mathbb{C}$-времени уравнений Эйлера-Пуассона, имеющего модель
    - присоединенного группового прямолинейного потока
        - на свободном большом круге стандартной трехмерной сферы,
        - на каноническом диагональном цикле трехмерной бутылки Клейна над $\mathbb{C}$,
    - *канонической односвязной экспоненциальной функциональной $\mathbb{C}$-аналитической операции* $exp(\mathbb{S}^3)$ на 3d-сфере $\mathbb{S}^3(\mathbb{C})$,
    - отображения канонического $\mathbb{C}$-аналитического двулистного *авто*накрытия 3d-сферы $\mathbb{S}^3$,
    - канонической $\mathbb{C}$-*аналитической проективной связности* в нормальном расслоении 3d-сферы $\mathbb{S}^3$,
    - отображения проективной самодвойственности канонического функционального пространства Лобачевского – канонического глобального нормального расслоения 3d-сферы $\mathbb{S}^3$.

Простейшее (но глобальное) *линейное уравнение (1) представляет глобальную проективную функциональную форму уравнений Эйлера-Пуассона*.

Собственно уравнения Эйлера-Пуассона реализуют каноническое $SO(3)$-представление аффинного дифференциала компактификации их фазового потока посредством инволюции обратимости по классическому аффинному времени

$$\{\text{уравнения Эйлера-Пуассона}\} \Leftrightarrow d_{aff}(\mathbb{S}^3 \xrightarrow{(2:1)_{an}} \mathbb{S}^3),$$

эквивалентного отображению *канонической односвязной экспоненты* 3d-сферы $\mathbb{S}^3$:

$$\{\text{уравнения Эйлера-Пуассона}\} \Leftrightarrow d_{aff}(exp(\mathbb{S}^3)).$$

Уравнение (1) обладает скрытой аналитической $\mathbb{Z}_2$-градуированной структурой: уравнение (1) эквивалентно суперсимметричным уравнениям Ковалевской для ее случая интегрируемости.

Данная градуировка реализуется диагональным циклом канонической аналитической бутылки Клейна (см. п. 6).

Ключевой результат состоит в том, *фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона моделируется фазовым потоком на канонической аналитической бутылке Клейна*.

4. Механический смысл канонического экспоненциального отображения трехмерной сферы

Каноническая глобальная экспоненциальная форма линеаризованных уравнений Эйлера-Пуассона соответствует их гироскопической природе («самоподобие пространства угловых скоростей аналитических волчков» – см. уравнение (1)).

Комментарий. Все классические инварианты (интегралы) уравнений Эйлера-Пуассона являются аффинными координатами на отображении $exp(\mathbb{S}^3)$.

Таким образом, уравнения Эйлера-Пуассона являются

- аффинной картой на дифференциале канонической гомотетии (канонического самоподобия) универсального пространства *эквивариантных угловых скоростей (обратимых по формальному времени)*,
- едиными дифференциальными уравнениями на автоколебания эквивариантной угловой скорости аналитических волчков,
- уравнениями на колебания канонического спинового маятника.

Такой автоколебательной спиновой динамике (точнее, спиново-конфигурационной динамике: конфигурационная часть динамики находится в ядре отображения автоколебаний) соответствует

- первый порядок дифференциальных уравнений для определенных в специальном функциональном пространстве эквивариантных угловых скоростей $\vec{\omega}$ –
    - каноническом функциональном пространстве Лобачевского,
    - пространстве векторов канонического глобального нормального расслоения сферы $\mathbb{S}^3$ (в отличие от кососимметричной трехмерной переменной классической угловой скорости);
- фазовый поток маятника с конфигурационным пространством в виде канонического функционального пространства Лобачевского («спиновый маятник»).

Общий интеграл уравнений Эйлера-Пуассона в этом контексте является $\vec{\omega}$-нетеровым интегралом и имеет вид

$$F_{\text{общ}} = |(\omega_1 + i\omega_2 + j\omega_3)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2 + j\gamma_3)|^2,$$

где

- $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$; $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ – классические аффинные переменные уравнений Эйлера-Пуассона;
- $(i, j)|i^2 = -1, j^2 = -1$ – независимые мнимые единицы; они имеют смысл канонических генераторов (генерирующих циклов) групповой аналитической бутылки Клейна (см. п.1);
- 1 – нейтральный элемент групповой структуры на каноническом диагональном цикле аналитической бутылки Клейна.

Функция $F_{\text{общ}}$ представляет:

- потенциал канонической аналитической операции/связности потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3$;
- потенциал односвязной аналитической монодромии свободного вектора из нормального расслоения к трехмерной сфере $\mathbb{S}^3$;
- потенциал канонического прямолинейного потока на чисто мнимой 2d-бутылке Клейна (экспоненту потенциала чисто мнимого диполя – диполя Аксенова-Гребеникова-Демина);
- полную механическую энергию автоколебаний вертикального маятника над $\mathbb{C}$-временем, а ее слагаемые под знаком модуля – его кинетическую и потенциальную энергию соответственно.

Функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ является общим решением *кинематических* уравнений Пуассона и фундаментальным решением *динамических* уравнений Эйлера-Пуассона (как гамильтоновых уравнений – уравнений в частных производных), имея структуру эквивариантной (односвязной) специализации дзета-функции Римана.

Функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ также является потенциалом потраекторного представления

- фазового потока уравнений Пуассона (универсальной 3d-твердотельной кинематики)
    - канонических граничных условий для уравнений Эйлера-Пуассона,
    - фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона;
- равновесной динамики («канонического непрерывного качения») материальной точки единичной массы на сфере $\mathbb{S}^3$;
- непрерывной симметрии инволюции обратимости по классическому аффинному времени уравнений Эйлера-Пуассона;
- непрерывной центральной симметрии в трехмерном евклидовом пространстве с выделенным центром.

5. Принципиальные ошибки классического рассмотрения

Важно подчеркнуть, что в классическом рассмотрении уравнений Эйлера-Пуассона, включающем теорию возмущений методами КАМ-теории, *пропущено* аналитическое продолжение в нейтральный элемент их единой групповой аналитической инволюции обратимости по времени, представляющий:

- канонический флаг «точки закрепления → оси вращения аналитических волчков»;
- тривиальный волчок (тензор инерции тривиален, точка закрепления произвольна);
- тривиальное решение уравнений Эйлера-Пуассона.

Пропуск классикой тривиального волчка (по сути - фундаментального решения исходных гамильтоновых уравнений) влечет не только математическую, но и очевидную механическую некорректность классических тригонометрических и тэта-решений (но не классических интегралов):

классические тэта-решения не содержат ни точек закрепления, ни осей вращения, и следовательно, не содержат собственно самих волчков – исходных физически осмысленных данных уравнений Эйлера-Пуассона.

Более того, *уравнения Эйлера-Пуассона как раз и интегрируются на фазовом пространстве тривиального волчк*а и линейное дифференциальное уравнение (1) по-сути выражает этот факт:

- пространство угловых скоростей данных уравнений эквивалентно фазовому пространству тривиального волчка;
- уравнение (1) выражает самоподобие пространства угловых скоростей данных уравнений в обратимом времени (см. п.1 - модель фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона как отображения аналитической гомотетии правильного тетраэдра).

6. Каноническая расслоенная аналитическая бутылка Клейна как изоэнергетически расслоенная операция фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона

Аналитическое продолжение в нейтральный элемент единой групповой аналитической инволюции обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона имеет механический смысл аналитического продолжения их классического аффинного фазового потока в закрепленную точку универсального аналитического (общего) волчка.

Это отображение имеет красивую геометрическую структуру, реализуемую канонической аналитической бутылкой Клейна – орбитой канонического отображения аналитического прямолинейного потока на стандартной трехмерной бутылке Клейна.

Данный поток над полем $\mathbb{C}$ изоморфен групповой экспоненте $exp[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ производного коммутанта группы Галуа $Gal\ \mathbb{Q}(s)$.

Группа $Gal\ \mathbb{Q}(s)$ имеет интерпретации:

- теоретико-множественного представления канонического прямолинейного потока на евклидовой решетке $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$, где s – каноническая аффинная координата на гранях ее фундаментальной области – фундаментальном 2d-кубе этой решетки;
- однородно-непрерывного прямолинейного потока на решетке $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$.

Симметрия $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ реализует непрерывное групповое отождествление элементов (вершин, ребер, граней) фундаментального 2d-куба с образом в виде

- канонической непрерывной бутылки Клейна;
- операции изотропно-непрерывного прямолинейного потока на решетке $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$;
- операции непрерывной центральной симметрии в трехмерном евклидовом пространстве.

Производная симметрия $exp[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$

- реализует производное непрерывное (односвязное аналитическое) групповое отождествление элементов (вершин, ребер, граней) фундаментального 2d-куба;
- является *групповым* аналитическим самосопряжением (групповым присоединенным представлением) решетки $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$;

- является каноническим отображением аналитического прямолинейного потока на решетке $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})/\mathbb{Z}^3$.

Для выделенных начальных условий уравнений Эйлера-Пуассона аналитический прямолинейный поток на 3d-бутылке Клейна

- специализируется в прямолинейный поток «со сдвигом» на выделенный вектор упорядоченных начальных условий;
- представляет поток на 2d-бутылке Клейна как выделенном слое 3d-бутылки Клейна (см. [2]);
- представляет расслоенную операцию фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона с базой расслоения – канонически упорядоченным множеством их начальных условий.

Возникает расслоение аналитической 3d-бутылки Клейна на аналитические 2d-бутылки Клейна, параметризованное 3d-векторами (mod 2) эквивариантных начальных условий уравнений Эйлера-Пуассона.

Вектора эквивариантных начальных условий имеют дискретную структуру упорядоченных выделенных подстановок производной группы Галуа $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$, ассоциированных с упорядоченными по mod 3 и затем по mod 2 нулями функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ (см. [2]).

Расслоение аналитической 3d-бутылки Клейна на аналитические 2d-бутылки Клейна является каноническим односвязным аналитическим продолжением расслоения сепаратрисы волчка Эйлера на двояко-асимптотические решения в бесконечность формального аффинного времени.

В этом контексте, аналитическая 3d-бутылка Клейна – расслоенная эквивариантная операционная диагональ (расслоенная операция фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона).

Каноническая изоэнергетическая аналитическая бутылка Клейна изоморфна аналитическому прямолинейному потоку на 2d-бутылке Клейна –

- корректно определенному диагональному собственному сечению 3d-бутылки Клейна;
- орбите самосопряжения аналитического прямолинейного потока на 3d-бутылке Клейна;
- орбите универсальной операции фазового потока на уровнях полной энергии общего интеграла $F_{\text{общ}}$ уравнений Эйлера-Пуассона.

Индуцирование аналитического прямолинейного потока с 3d-бутылки Клейна на 2d-бутылку Клейна имеет

- динамический смысл канонической специализации фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона на их начальные условия;
- геометрический смысл индуцирования аналитического потока больших *ко*кругов на трехмерной сфере на поток на ее свободный двумерный большой *ко*круг (абсолют канонического функционального пространства Лобачевского);
- смысл канонической операции фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона;
- алгебраический смысл эквивариантной аналитизации классического отображения Фробениуса (см. п.8);
- физический смысл *аналитической* изоэнергетической редукции (см. п. 8).

Каноническая аналитическая бутылка Клейна является ключевой эквивариантной структурой, реализующей

- каноническое отображение фазового потока Эйлера-Пуассона над $\mathbb{C}$-временем;
- каноническое отображение (операция) односвязной аналитической центральной симметрии в трехмерном евклидовом пространстве с выделенным центром;
- операцию экспоненциального отображения для производной симметрии Галуа $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$;

- каноническое отображение аналитического сопряжения кватернионов, эквивалентное их аналитическому самосопряжению,

где

$s \to id\ Gal\ \mathbb{Q}(s)$ – отображение с орбитой, имеющей реализации

- точкой закрепления классического маятника в его вертикальном равновесии;
- центром трехмерной сферы $\mathbb{S}^3$;
- точкой закрепления тривиального волчка;
- нейтральным элементом инволюции обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона

и также динамические реализации в виде «точки Галуа»:

- канонического неподвижного множества («геометрического фазового центра») сепаратрисной динамики волчка Эйлера;
- прямолинейной обмоткой коразмерности 3 на канонической аналитической 3d-бутылке Клейна – эквивариантном лиувиллевом торе;
- геометрического центра канонического сопровождающего аналитические волчки правильного двумерного тетраэдра – вершины сопровождающего триэдра;

$s \to Gal\ \mathbb{Q}(s)$ – отображение с орбитой, имеющей реализации

- вертикальным равновесием классического маятника в теоретико-множественном представлении;
- свободным выделенным диаметром трехмерной сферы $\mathbb{S}^3$ в теоретико-множественном представлении (однородной прямой в базовом пространстве-времени для исходных уравнений);
- конфигурационным пространством тривиального волчка;
- каноническим «формально теоретико-множественного» разрешения особенности в точке закрепления волчка Эйлера;
- канонической «формально теоретико-множественной» монодромии канонического сопровождающего тетраэдра;
- теоретико-множественного представления инволюции обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона

и также динамические реализации в виде «оси Галуа»:

- канонической односвязной непрерывной компактификации свободного двояко-асимптотического движения на сепаратрисе волчка Эйлера;
- прямолинейной обмоткой коразмерности 2 на канонической аналитической 3d-бутылке Клейна;
- конфигурационной динамики выделенной реберной медианы канонического сопровождающего аналитические волчки правильного двумерного тетраэдра – ребра сопровождающего триэдра (первого элемента его упорядоченного базиса);

$s \to [Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ – отображение с орбитой, имеющей реализации

- непрерывным вертикальным равновесием классического маятника;
- непрерывно свободным диаметром трехмерной сферы $\mathbb{S}^3$ (изотропной прямой в базовом пространстве-времени для исходных уравнений);
- каноническим глобальным расслоением Хопфа сферы $\mathbb{S}^3$;
- фазовым потоком тривиального волчка;
- канонического односвязного непрерывного разрешения особенности в точке закрепления волчка Эйлера;
- канонической непрерывной монодромии канонического сопровождающего тетраэдра;
- непрерывного представления инволюции обратимости по времени

и также динамические реализации в виде «плоскости Галуа»:

- канонической односвязной непрерывной компактификации двояко-асимптотической динамики на сепаратрисе волчка Эйлера;
- прямолинейной обмотки коразмерности 1 на канонической аналитической 3d-бутылке Клейна;
- конфигурационной динамики плоскости сопровождающего триэдра с упорядоченным базисом;

$s \to exp[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ – отображение с орбитой, имеющей реализации

- аналитического вертикального равновесия классического маятника;
- аналитически свободного диаметра трехмерной сферы $\mathbb{S}^3$;
- канонического производного глобального расслоения Хопфа сферы $\mathbb{S}^3$;
- экспоненты фазового потока тривиального волчка;
- экспоненты прямолинейной обмотки (производной прямолинейной обмотки) на канонической аналитической трехмерной бутылке Клейна – эквивариантном лиувиллевом блоке;
- канонического односвязного аналитического разрешения особенности в точке закрепления волчка Эйлера;
- канонической аналитической монодромии канонического сопровождающего тетраэдра;
- аналитического представления инволюции обратимости по времени

и также динамические реализации в виде «пространства Галуа»:

- канонической односвязной аналитической компактификации двояко-асимптотической динамики волчка Эйлера;
- прямолинейной обмотки коразмерности 0 на канонической аналитической 3d-бутылке Клейна;
- конфигурационной динамики сопровождающего триэдра с упорядоченным базисом;

7. Точные решения уравнений Эйлера-Пуассона как циклы канонической универсальной аналитической параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$

Аналитический конструктивизм функций $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ и ее экспоненты $exp\ \zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ состоит в том, что они является потенциалами пространства модулей таких алгоритмизируемых объектов как соответственно:

- эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$;
- групповых законов на эллиптических кривых $E/\mathbb{Q}$.

Собственно кривые $E/\mathbb{Q}$ с канонической групповой непрерывной параметризацией (реализующей непрерывное продолжение их модулярной параметризации, установленной доказательством гипотезы Таниямы-Вейля, в их нейтральные элементы) имеют следующие модели:

модель расширения кривой $E/\mathbb{C}$ (классического одномерного абелева тора):

- циклы канонической универсальной непрерывной групповой односвязной компактификации кривой $E/\mathbb{C} \to E/(\mathbb{C} \cup \infty)$;
- односвязное непрерывное двулистное автонакрытие кривой $E/\mathbb{C}$ с орбитой, реализуемой диагональным циклом двумерной бутылки Клейна с непрерывным прямолинейным потоком;

глобальная геометрическая модель:

- большие *ко*круги на *ко*сфере $\mathbb{S}^3$– *ко*касательном расслоении сферы $\mathbb{S}^3$;

- геодезические в $N\mathbb{S}^3$ – глобальном нормальном расслоении к сфере $\mathbb{S}^3$ относительно метрики с потенциалом $ln(s^2 - |\vec{\gamma}|^2 - |\vec{\omega}|^2)$ (метрики пространства эквивариантных угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона);
- циклы на канонической непрерывной трехмерной бутылке Клейна;

классическая аффинная реализация кривых $E/\mathbb{Q}$ является декомпактификацией этих геометрических объектов с ядрами отображений декомпактификации в виде нейтральных элементов кривых $E/\mathbb{Q}$;

глобальная механическая модель:

- циклы фазового пространства вертикального равновесия классического маятника;
- циклы канонической диагонали в фазовом пространстве уравнений Эйлера-Пуассона;
- оси вращения аналитических волчков в теоретико-множественном представлении.

Отображение непрерывной инволюции обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона эквивалентно следующим отображениям:

- отображению канонической единой (универсальной) непрерывной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$; посредством вложения кривых $E/\mathbb{Q}$ в виде соответствующих циклов канонической непрерывной бутылки Клейна;
- отображению канонической универсальной непрерывной компактификации аффинной части кривых $E/\mathbb{Q}$ их нейтральными элементами;
- универсальному отображению вложения кривых $E/\mathbb{Q}$, компактифицированных их нейтральными элементами, в отображение непрерывной центральной симметрии трехмерного евклидова пространства как прямолинейных обмоток канонического функционального якобиана уравнений Эйлера-Пуассона.

Якобиан уравнений Эйлера-Пуассона имеет

- *геометрическую структуру* стандартной трехмерной бутылки Клейна с канонической непрерывной групповой структурой;
- *механическую структуру*
    - равновесной динамики свободного ротора в аффинно трехмерном конфигурационном пространстве,
    - фазового потока тривиального волчка,
    - центрального сечения эллипсоида инерции тривиального волчка;
- динамическую структуру
    - канонической аналитической прямолинейной обмотки выделенной точки в трехмерном евклидовом пространстве,
    - канонического непрерывного продолжения асимптотической фазовой динамики волчка Эйлера в бесконечность формального аффинного времени (в особенности сепаратрисы волчка Эйлера) посредством инволюции обратимости по времени,
    - орбиты канонической операции фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона,
    - канонического универсального эквивариантного тора Лиувилля-Арнольда.

8. Двумерная специализация трехмерной аналитической бутылки Клейна как ее прямолинейная обмотка, эквивариантная изоэнергетическая редукция общей динамики уравнений Эйлера-Пуассона и глобальное эквивариантное отображение Фробениуса

Аналитический прямолинейный поток с выделенными начальными условиями на якобиане уравнений Эйлера-Пуассона имеет динамический смысл специализации на их начальные условия и физический смысл изоэнергетической редукции их общего решения.

Эквивариантная изоэнергетическая редукция уравнений Эйлера-Пуассона, как динамическая фактор-система является:

- канонической экспонентой стандартной двумерной бутылки Клейна – экспонентой канонического прямолинейного потока на ней;
- собственным гиперплоским сечением трехмерной бутылки Клейна с канонической аналитической прямолинейной обмоткой;
- каноническим генератором прямолинейного потока на каноническом эквивариантном торе Лиувилля-Арнольда – аналитической трехмерной бутылке Клейна (она же – каноническая аналитическая бутылка Клейна);
- каноническим отображением аналитической монодромии *сопровождающего триэдра* (три упорядоченные реберные медианы канонического сопровождающего аналитические волчки тетраэдра) *с выделенными начальными условиями*.

Именно эта эквивариантная изоэнергетическая редукция описывается в работе [2] в контексте «канонической интегрируемости» уравнений Эйлера-Пуассона: по сути там рассматривается генерирующая («изоэнергетическая») интегрируемость.

Отображение Фробениуса, согласованное с производной группой Галуа $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$, представляется симметрией $exp[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ и имеет алгебраический смысл канонической односвязной аналитизации классического отображения Фробениуса:

$\{x \to x^p$ на поле $\mathbb{F}_p\} \Rightarrow \{[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \to exp_{mod\ p}[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$

на поле больших кругов с аналитической топологией на трехмерной сфере $\mathbb{S}^3$ с выделенным кругом$\}$, где отображение поэлементной (локальной, изоэнергетической) эквивариантной аналитизации имеет вид:

$x \to x_{an} \cong \left[Gal\ \mathbb{Q}_p(s), Gal\ \mathbb{Q}_p(s)\right]$ –
- выделенный аналитический большой круг на сфере $\mathbb{S}^3$(упорядоченные простые числа p играют роль его решетки периодов),
- выделенный вектор кинетического момента
  - вертикального маятника,
  - тривиального волчка;

$x^p \to (x^p)_{an} \cong exp\left[Gal\ \mathbb{Q}_p(s), Gal\ \mathbb{Q}_p(s)\right]$ –
- фактор-поток больших *ко*кругов относительно выделенного большого *ко*круга на сфере $\mathbb{S}^3$,
- динамика выделенного вектора кинетического момента
  - канонического аналитического возмущения классического маятника (канонических автоколебаний аналитического/аналитизированного классического маятника),
  - общего волчка (аналитического/аналитизированного тривиального волчка).

Корректно определено отображение аналитической односвязной склейки локальных отображений Фробениуса в единое глобальное односвязное аналитическое отображение:

$$exp(\cup_p x^p) \cong \cup_p exp_{mod\ p}[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \cong exp[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$$

Данное отображение склейки «локальных/изоэнергетических Фробениусов» в «глобальное Фробениуса» по сути реализует односвязное аналитическое расслоение Хопфа трехмерной сферы $\mathbb{S}^3$.

Механическим смыслом глобального односвязного аналитического отображения Фробениуса является динамика угла нутации общего волчка (это волчок Ковалевской – канонический универсальный аналитический волчок/универсальный гироскоп).

С физической точки зрения отображение $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \to exp[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$) можно интерпретировать как эквивариантный механизм Хиггса, генерирующий (посредством группового аналитического самосопряжения) пары «аналитические волчки – их вращения».

Также отметим, что в контексте указанного выше отображения аналитической склейки приобретает смысл односвязного аналитического отображения Фробениуса, имеющего интерпретации:

- канонической эквивариантной скобки Пуассона для уравнений Эйлера-Пуассона;
- фазового потока вертикального маятника (классического маятника в строго вертикальном равновесии);
- аналитического адельного произведения на функциональном поле $\mathbb{Q}(s)$;
- канонической секущей (Пуанкаре-Флоке) классической аффинной фазовой динамики универсально/общего волчка (волчка Ковалевской).

В этом контексте вертикальный маятник (как динамическая система) приобретает смысл односвязного аналитического мероморфного (дробно-рационального) адельного маятника. Его фазовый поток реализуется аналитической бутылкой Клейна, дигональный цикл которой

- имеет стэковый операционный смысл одномерного упорядочения для пространства фазовых состояний уравнений Эйлера-Пуассона;
- представляет каноническое адельное произведение на функциональном поле $\mathbb{Q}(s)$.

Односвязно аналитизированная трехмерная сфера $\mathbb{S}^3$ является фазовым потоком такого эквивариантного адельного маятника («эквивариантного стэка»).

Физическим смыслом эквивариантного (рационального) адельного маятника *является каноническая однородно-изотропная релятивизация* классического математического маятника трехмерном евклидовом пространстве, *эквивалентная* (как отображение) *канонической односвязной аналитизации* его фазового потока (его общего аналитического возмущения).

9. Маятниковая интерпретация уравнений Эйлера-Пуассона и обобщенный эффект Джанибекова

Как отмечалось в п.1, резюме по математическому моделированию эффекта Джанибекова состоит в том, что общее решение уравнений Эйлера-Пуассона над комплексным временем является математической моделью *обобщенного эффекта Джанибекова*.

Придем здесть только схематичное описание обобщенного эффекта Джанибекова, конечно, нуждающееся в дальнейшей детализации.

Общее решение уравнений Эйлера-Пуассона над комплексным временем является математической моделью, описывающей собственные автоколебания шарового гравитационного диполя, моделирующего, в свою очередь, шаровой гравитационный диполь «Земля-Луна».

Это следует из того, что шаровой гравитационный диполь является канонической кватернизацией чисто мнимого диполя Аксенова-Гребеникова-Демина – известной парадоксальной и достаточно точной модели гравитационного потенциала Земли («две точки с чисто мнимой массой i находятся на чисто мнимом расстоянии i»).

Отметим, что динамика модели Аксенова-Гребеникова-Демина

- эквивалентна автоколебаниям вертикального маятника над $\mathbb{R}$-временем;
- эквивалентна отображению канонической аналитической центральной симметрии в вещественном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$.

Соответственно, динамика шарового гравитационного диполя

- эквивалентна автоколебаниям вертикального маятника над $\mathbb{C}$-временем;
- эквивалентна отображению канонической аналитической центральной симметрии в комплексном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$.

В рамках этой шаровой дипольной модели Земля и Луна не совершают «внешних кувырков», аналогичных резким дельта-образным кувыркам оригинальной «гайки Джанибекова», а совершает канонически синхронизированные между собой и двойственные кувыркам гайки такие «внутренние кувырки»:

- двойственные «кувырки» Земли – автоколебания оси вращения Земли – это хорошо известные прецессионные колебания Чандлера оси вращения Земли (см. Wikipedia);
- двойственные «кувырки» Луны – это либрационные колебания Луны (см. Wikipedia).

Такие единые, вероятно, «частотно синхронизированные» спиновые (точнее, упорядоченные «спиново-конфигурационные») автоколебания Земли и Луны естественно считать обобщенными (*аналитизированными*) Чандлеровскими колебаниями. Именно *свойство аналитичности* фазового потока модельных уравнений Эйлера-Пуассона и должно отвечать за эту частотную синхронизацию, имеющую смысл производной синхронизации от базового соотношения «1:1» частот относительного собственного вращения Земли и Луны.

Обобщенные Чандлеровские колебания являются двойственным эффектом к классическому Джанибекова, исключающими классический кувырковый эффект Джанибекова для Земли и Луны (это было причиной его засекреченности на десятки лет).

Симметрийной моделью обобщенного эффекта Джанибекова (с обобщенными Чандлеровскими колебаниями) являются глобальные изоморфизмы

$$T\mathbb{S}^3 \cong_{Kl^3_{an}(\mathbb{C})} N\mathbb{S}^3 \text{ и } SO(3,\mathbb{C}) \cong_{Kl^3_{an(\mathbb{C})}} PGL_2(\mathbb{C}),$$

где

- левые части изоморфизмов представляют модель области определения Чандлеровских осцилляций;
- $Kl^3_{an}(\mathbb{C})$ (орбита изоморфизма) – каноническая 3d-бутылка Клейна с каноническим аналитическим прямолинейным потоком на ней;
- правые части изоморфизмов представляют модель области определения либрации Луны;
- собственно изоморфизм левых и правых частей представляет область определения непосредственно орбитального многозначного эффекта Джанибекова, содержащего исходный эффект Джанибекова в качестве случая «минимальной спектральной кривой».

Динамической моделью обобщенного эффекта Джанибекова является *каноническое (многозначное, конечно порожденное) односвязное* аналитическое отображение – *односвязное аналитическое <u>авто</u>продолжение двояко-асимптотических движений* волчка Эйлера в бесконечность классического аффинного времени посредством *автоинволюции* обратимости по времени.

Такое продолжение двояко-асимптотических движений волчка Эйлера имеет интерпретации:

математическая (гипотетическая)

- отображение многозначной зеркальной симметрии критической полосы дзета-функции Римана относительно критической прямой $s = \frac{1}{2}$ согласованное отображении *канонической односвязной аналитической* компактификации этой полосы, реализующей такую компактификацию открытой части сепаратрисы волчка Эйлера, заполненной двояко-асимптотическими фазовыми траекториями;

динамическая

- отображение многозначной эквивариантной склейки ветвей классических решений уравнений Эйлера-Пуассона (эквивариантный закон взаимности для классических тэта-решений),
- отображение многозначного двулистного *авто*накрытия сепаратрисы волчка Эйлера самой себя, реализующее ее эквивариантное разрешение особенностей в двух невырожденных гиперболических движениях

посредством зеркальной симметрии обратимости по аффинному времени исходных уравнений;

физическая

- *модель отображения продолжения классических решений уравнений Эйлера-Пуассона над аффинным временем в аналитическое (гипотетически реальное) время* (см. п.11),
- механическая (физическая) модель «односвязного варианта» гипотезы Римана о структуре нетривиальных нулей дзета-функции Римана;

геометрическая

- отображение канонического аналитического потока больших кругов на сфере $\mathbb{S}^3$,
- каноническое односвязное аналитическое расслоение Хопфа сферы $\mathbb{S}^3$;
- отображение канонической двойственности между корректно определенными глобальными касательным и кокасательным расслоениями трехмерной сферы $\mathbb{S}^3$; его орбитами являются диагональные большие круги на сфере $\mathbb{S}^3$– циклы канонической локсодромы на $\mathbb{S}^3$.

Единая модель *непосредственной орбитальной реализации* обобщенного эффекта Джанибекова имеет эквивалентные реализации:

- *спиновые* (точнее, «спиново-конфигурационные» = «изотропные с однородным ядром») автоколебания осей вращения аналитических волчков, описываемые функциями $exp\, L(2-s, E/\mathbb{Q})$;
- орбиты действия эквивариантного отображения Фробениуса, определенного на канонической глобальной двойственности касательного и нормального расслоений трехмерной сферы $\mathbb{S}^3$;
- переменные «действие» для
  - фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона,
  - общего аналитического возмущения классического маятника в вертикальном равновесии.

Спиновые («спиново-конфигурационные») автоколебания осей вращения аналитических волчков, описываемые функциями $exp\, L(2-s, E/\mathbb{Q})$,

- представляют
  - проективные проекции решений уравнений Эйлера-Пуассона над $\mathbb{C}$-временем (образуя полное пространство таких проекций)
  - моды колебаний канонического *спинового* маятника –
    - проективную проекцию фазового потока аналитического математического маятника (вертикального маятника),
    - переменные «действие» фазового потока классического маятника в вертикальном равновесии;
- реализуют *коциклы* канонического прямолинейного потока на канонической аналитической бутылке Клейна,
  - имеющие вид $exp((ln([\vec{\gamma}(t), \vec{\omega}(t)] = 0)(mod\ E/\mathbb{Q}))$, где
    - $id(exp((ln([\vec{\gamma}(t), \vec{\omega}(t)] = 0)(mod\ E/\mathbb{Q}))$ – «круговые» орбиты (равновесные орбиты),
    - $exp((ln([\vec{\gamma}(t), \vec{\omega}(t)] = 0)(mod\ E/\mathbb{Q}))$ – «круговые» орбиты с кувырками (возмущенные «круговые» орбиты);

    *ко*циклы проективной проекции канонической локсодромы (канонического диагонального большого круга) на сфере $\mathbb{S}^3$,
  - коциклы канонического экспоненциального бигруппового закона на сфере $\mathbb{S}^3$ в упорядоченном «мультипликативно-аддитивном» представлении;
- соответствуют квантовому гироскопическому (эквивариантному функциональному) характеру динамики уравнений Эйлера-Пуассона:
  - стержень вертикального равновесия классического маятника является осью универсального гироскопа,

- гироскопическое квантование реализуется его автоколебаниями с универсальным потенциалом $exp\,\zeta\big(1-s,\varDelta_{12}(q)\big)$, имеющим коциклы-потенциалы
  - функции $exp\,L(2-s,E/\mathbb{Q})$,
  - изометрий канонического функционального пространства Лобачевского,
  - универсального пространства угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона,
  - канонической гомотетии канонического изотропного конуса метрики $ln(s^2-|\vec{\gamma}|^2-|\vec{\omega}|^2)$ в фазовом пространстве уравнений Эйлера-Пуассона (пространстве его угловых скоростей).

Именно такой характер динамики соответствует глобально одностепенной динамике от переменной s, механически интерпретируемой как аффинная координата

- на сфере Пуассона (классическом конфигурационном пространстве уравнений Эйлера-Пуассона);
- на роторе универсального аналитического гироскопа.

10. Маятниковая интерпретация уравнений Эйлера-Пуассона как аналитизированная модулярная параметризация кривых $E/\mathbb{Q}$

Фазовый поток классического маятника в вертикальном равновесии, благодаря его свойству аналитической симметрии обратимости по аффинному времени,

- представляется *аналитическим* прямолинейным потоком на стандартной трехмерной бутылке Клейна;
- изоморфен каноническому отображению односвязной аналитической параметризации как сферы $\mathbb{S}^3$, так и группы $SO(3,\mathbb{C})$.

Данное отображение параметризации представляет:

- геометрически: каноническую глобальную аналитическую двойственность касательного и кокасательного расслоений к стандартной трехмерной сфере;
- аналитически: «орбиту знака аналитического равенства» в нормализованном функциональном уравнении для функции $\zeta\big(s,\varDelta_{12}(q)\big)$;
- геометрически: зеркальную симметрию расширенного (аффинным временем) конфигурационного пространства (пространства направляющих косинусов) и расширенного (аффинным временем) импульсного пространства (пространства угловых скоростей) уравнений Эйлера-Пуассона.

Такая структура эквивариантной (односвязной аналитической) параметризации группы $SO(3,\mathbb{C})$, например, влечет следующую связь динамики и функциональной арифметики:

упорядоченные канонические переменные для такой минимальной с одной аналитической (глобальной) степенью свободы в точности представляют аналитизированное свойство модулярной параметризуемости кривых $E/\mathbb{Q}$.

11. Каноническое разделение переменных уравнений Эйлера-Пуассона в 4d-мерных полярных координатах: 4-е измерение – каноническая параметризация кривых $E/\mathbb{Q}$ гипотетическим реальным временем

Непрерывно продолженное (непрерывно глобализованное) свойство модулярности кривых $E/\mathbb{Q}$ посредством их естественной непрерывной компактификации нейтральными элементами групповых структур на $E/\mathbb{Q}$ оказывается эквивалентным

- каноническим полярным координатам в четырехмерном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^4$ (аффинное представление);
- каноническим сферическим координатам на стандартной сфере $\mathbb{S}^3$ (глобальное представление как односвязная непрерывная компактификация пространства $\mathbb{E}^4$).

Евклидово пространство $\mathbb{E}^4$ и стандартная сфера $\mathbb{S}^3$ являются канонической (в смысле размерности) парой многообразий в классе многообразий «открытое аффинное многообразие - его топологическое замыкание» с такой глобальной координатизацией (это является следствием существования их внутренней Галуа-симметрийной структуры $[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)]$ только для этих конфигурационных размерностей).

В указанных естественных глобальных координатах происходит каноническое полное разделение переменных уравнений Эйлера-Пуассона на фазовые потоки интегрируемых случаев, образуя CW-комплекс (эквивариантную иерархию) общих и частных интегрируемых случаев (интегрируемых в классическом смысле).

Интегрируемые случаи уравнений Эйлера-Пуассона реализуют канонические глобальные координаты на конечно порожденном функциональном пространстве аналитических изометрий сферы $\mathbb{S}^3$.

Разделяющая переменные уравнений Эйлера-Пуассона симметрия эквивалентна экспоненте трехмерной бутылки Клейна, имеющей реализации:

- *канонической локсодромической симметрии на сфере* $\mathbb{S}^3$ (эквивариантного автоморфизма Фробениуса),
- *канонической локсодромической симметрии на сфере* $\mathbb{S}^4$ (эквивариантным эндоморфизма Фробениуса).

В силу физического смысла понятия «разделения переменных» данная симметрия должна иметь естественный смысл модели реального времени.

Имеется следующая трехмерная аналогия с двумерными сферическими координатами:

- параллели на сфере $\mathbb{S}^3$ – орбиты канонической непрерывной параметризации кривых $E/\mathbb{Q}$ (глобальные модулярные кривые $X_{E/\mathbb{Q}}$);
  потенциал «пространства параллелей» на сфере $\mathbb{S}^3$ в канонических аффинных координатах на глобальном изоморфизме $T\mathbb{S}^3[\vec{\gamma}] \cong_{[s]} N\mathbb{S}^3[\vec{\omega}]$ касательного и нормального расслоений сферы $\mathbb{S}^3$ имеет вид вид потенциала метрики на $T\mathbb{S}^3[\vec{\gamma}]$ (глобальной сфере $\mathbb{S}^3$):

  $$exp(s^2 - |\vec{\gamma}|^2 - |\vec{\omega}|^2);$$

  кривые $X_{E/\mathbb{Q}}$, компактифицированные своими нейтральными элементами, являются геодезическими в этой метрике на сфере $\mathbb{S}^3$, то есть, прямыми в корректном (эквивариантном) пространстве конфигурационных векторов уравнений Эйлера-Пуассона.

- меридианы на сфере $\mathbb{S}^3$ – канонически непрерывно параметризованные кривые $E/\mathbb{Q}$ (глобально модулярно параметризованные кривые $E/\mathbb{Q}$);
  потенциал «пространства меридианов» на сфере $\mathbb{S}^3$ имеет вид потенциала метрики на $N\mathbb{S}^3[\vec{\omega}]$ (глобальной *ко*сфере $\mathbb{S}^3$ – каноническом функциональном пространстве Лобачевского):

  $$ln(s^2 - |\vec{\gamma}|^2 - |\vec{\omega}|^2);$$

  кривые $E/\mathbb{Q}$, компактифицированные своими нейтральными элементами, являются геодезическими этой метрики, то есть, прямыми в каноническом функциональном пространстве Лобачевского (глобальной *ко*сфере), реализующем модель корректного пространства угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона.

Евклидово пространство $\mathbb{E}^4$ имеет скрытую высокосимметрийную структуру и представляет:

- каноническую односвязную аффинную карту на эквивариантном конфигурационном пространстве уравнений Эйлера-Пуассона;
- каноническую односвязную аффинную карту на канонической односвязной непрерывной групповой симметризации пространственных координат и координаты времени классического пространства-времени Минковского.

При этом:

- радиальной части координат (эквивариантным переменным «угол») соответствуют глобальные модулярные кривые $X_{E/\mathbb{Q}}$ с универсальным и каноническим многозначным потенциалом их параметризации – функцией $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$;
- сферической части координат (эквивариантным переменным «действие») соответствуют непрерывно параметризованные кривые $E/\mathbb{Q}$ с универсальным и каноническим многозначным потенциалом их параметризации – функцией $\zeta\big(1-s, \Delta_{12}(q)\big)$.

Непрерывная склейка радиальной и сферической координатных частей *в единые корректно определенные полярные координаты* на эквивариантном пространственно-временном четырехмерии $\mathbb{E}^4$ аналитически реализуется функциональным уравнением для функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$.

Дзета-функция $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$

- является *потраекторным* решением функционального уравнения $exp(s^2 - |\vec{\gamma}|^2 - |\vec{\omega}|^2) = ln(s^2 - |\vec{\gamma}|^2 - |\vec{\omega}|^2)$;
- является потенциалом канонической локсодромы на сфере $\mathbb{S}^3$ (автоморфная реализация);
- является потенциалом канонической локсодромы на сфере $\mathbb{S}^4$ (эндоморфная реализация);

В этом контексте каноническая параболическая форма $\Delta_{12}(q)$ веса 12 представляет аффинные на указанных локсодромах.

Полярные координаты в пространстве $\mathbb{E}^4$ имеют потенциал – функциональное уравнение для функции $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$.

Полярные координаты в пространстве $\mathbb{E}^4$ также имеют следующие интерпретации:

- являются каноническими потраекторными координатами на канонической односвязной центральной симметрии стандартной сферы $\mathbb{S}^3$, вложенной в пространство $\mathbb{E}^4$;
- являются каноническими координатами на фазовом пространстве четырехмерного сферического маятника;
- имеют смысл корректных четырехмерных косинуса и синуса соответственно (с корректно определенными Галуа-инвариантными конечно порожденными проекциями на базовые координатные оси):
    - $\zeta\big(s, \Delta_{12}(q)\big)$ представляет 4d-косинус – четная часть канонической непрерывной центральной симметрии сферы $\mathbb{S}^3$,
    - $\zeta\big(1-s, \Delta_{12}(q)\big)$ представляет 4d-синус – нечетная часть канонической непрерывной центральной симметрии сферы $\mathbb{S}^3$.

Эквивариантными *разделенными переменными* оказываются

- классы изогенности компактифицированных своими нейтральными элементами кривых $E/\mathbb{Q}$;
- канонические циклы на канонической аналитической бутылке Клейна (корректной экспоненте трехмерной бутылки Клейна);

- канонические циклы канонической групповой диагонали в компактификации аффинно шестимерного фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона посредством отображения их симметрии обратимости по времени.

Отображением эквивариантного разделения переменных уравнений Эйлера-Пуассона является

- собственно фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона, «авторазделяющий» свои же *аналитические* переменные;
- каноническая экспонента трехмерной бутылки Клейна;
- отображение канонического аналитического самосопряжения кватернионов;
- динамика экспоненты трехмерной бутылки Клейна (Kl_{an}^3), имеющая каноническую структуру CW-комплекса – «комплекса Галуа», соответствующего «комплексу аналитического/(гипотетически реального) времени» и реализующего каноническую универсальную параметризацию фазовых состояний уравнений Эйлера-Пуассона:

«$\mathbb{Z}_3$-градуированная точка Галуа $(0,1,\infty)$ → ось Галуа → плоскость Галуа→ пространство Галуа»

$$\Updownarrow$$

$$id\ Gal\ \mathbb{Q}(s))(0,1,\infty)\ \rightarrow\ Gal\ \mathbb{Q}(s)) \rightarrow [Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)] \rightarrow exp[Gal\ \mathbb{Q}(s), Gal\ \mathbb{Q}(s)])$$

$$\Updownarrow$$

$$Kl_{an}^0\ \rightarrow\ Kl_{an}^1\ \rightarrow Kl_{an}^2 \rightarrow Kl_{an}^3$$

$$\Updownarrow$$

«$\mathbb{Z}_3$-градуированное начало отсчета → $\mathbb{R}_{an}$-время → $\mathbb{C}_{an}$-время → $\mathbb{H}_{an}$-время»

$$\Updownarrow$$

«канонический комплекс реального времени».

Минимальной моделью отображения эквивариантного разделения переменных уравнений Эйлера-Пуассона является каноническая двойственность переменных «действие-угол» для фазового потока *вертикального маятника* (канонического аналитического маятника – классического математического маятника *с учетом аналитической симметрии обратимости по времени его фазовой динамики*).

Данная двойственность переменных «действие-угол» имеет явный потенциал –

функцию $\zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)\right)$, где

- переменные « угол» – канонические координаты
    - на упорядоченной двойственности *«нижнее → верхнее»* равновесия классического маятника,
    - на динамике нижнего равновесия вертикального маятника;
- переменные « действие» – канонические координаты
    - на упорядоченной двойственности *«верхнее → нижнее»* равновесия классического маятника,
    - на динамике *верхнего равновесия* вертикального маятника.

12. Резюме канонической интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона

Основные качественные составляющие эффекта точной разрешимости (канонической интегрируемости) уравнений Эйлера-Пуассона таковы:

- Каноническая аналитическая параметризация как сферы $\mathbb{S}^3$, так и группы $SO(3)$, посредством скрытой канонической функциональной Галуа-структуры, координатизирующей аналитическую симметрию обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона;
- Появление очень синтетического конструктивного потенциально алгоритмизируемого функционально-арифметического (L-функционального) математического аппарата для вычисления точных решений исходных уравнений, *корректирующего и обобщающего* соответствующий классический тэта-функциональный математический аппарат;
- Наличие механического и физического смысла у возникающих, часто абстрактных, математических конструкций;
- Модельная редукция исходных уравнений: реализация аналитической сферы $\mathbb{S}^3$ фазовым потоком вертикального маятника – канонической аналитизации классического математического маятника (канонической гамильтоновой системы с одной глобальной аналитической степенью свободы);
- Релятивистская природа канонической глобальной односвязной аналитической структуры $exp(\mathbb{S}^3)$ на сфере $\mathbb{S}^3$: *односвязная аналитизация* классического СТО-релятивизма приводит к *качественно гироскопическому характеру динамики аналитических волчков*; гироскопичность динамики, определяемой уравнениями Эйлера-Пуассона, пропущена в классическом рассмотрении;
- Реальная ***физически размерная*** динамика аналитических волчков – «производная категория реального времени» – канонического аналитического времени (пока в гипотетической формулировке).

Наиболее принципиальным аспектом «эффекта канонической интегрируемости» является (с аргументацией в работах [1]-[5]) высокий технологический потенциал предлагаемой теории точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона.

Стартовая информация по уравнениям Эйлера-Пуассона и используемому математическому аппарату, основные утверждения теории «точной разрешимости», их доказательства и интерпретации содержатся в монографии [1]. Дальнейшее развитие теории, ее корректировки и новые реализации – см. [2]-[5].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Абраров Д.Л. Точная разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона: дзета-функции и глобальная динамика. Москва, Научный мир, 2021, 614 с.

[2] Abrarov D.L. Canonical integrability of the Euler-Poisson equations on the canonical analytic Klein bottle: the context of gravity and real time // Intellectual Archive, natural science, mathematics, 24 p. www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=N19RNiD5lL6&orig_file=CanonicalIntegrabilityEP.pdf

[3] Abrarov D.L. A Galois-theory scheme of the Euler-Poisson equations and its pendulum interpretation in the canonical Lobachevsky function space// Intellectual Archive, natural science, mathematics, 58 p. www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMlNlF&orig_file=GaloisTheoryEulerPoissonEqs.pdf

[4] Abrarov D.L. General solution $exp\, \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ of the Euler-Poisson equations as the solution of the functional quaternion q-pendulum and canonical functional exponent// Intellectual Archive, natural science, mathematics, 70 p.
www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMlNlF&orig_file=AbrarovDLq-pend.pdf

[5] Abrarov D.L. General solution of the Euler-Poisson equations as the canonical functional exponent associated with the Riemann zeta-function in real-time context//Intellectual Archive, natural science, mathematics, 78 p.
www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMlNlF&orig_file=AbrarovDLexp.pdf